

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA TOR VERGATA
MACROAREA DI INGEGNERIA



CORSO DI STUDIO IN
Ingegneria Meccanica

TESI DI LAUREA IN
Elementi Costruttivi Delle Macchine

TITOLO
*Ottimizzazione strutturale di un cerchione automobilistico con metodo
BGM*

Relatore:

Prof.
Marco Evangelos Biancolini

Laureando:

matricola: 0293295
Matteo Bisin

Correlatore:

Ing.
Riccardo Serenella

Anno Accademico 2023/2024

INDICE

INTRODUZIONE	7
CAPITOLO 1	
FONDAMENTI TEORICI E STRUMENTI UTILIZZATI	10
1.1	Introduzione al metodo FEM..... 10
1.1.1	Il modello matematico del continuo 11
1.1.2	Principio dei lavori virtuali e formulazione variazionale 12
1.1.3	Discretizzazione del dominio e funzione di forma..... 13
1.1.4	Deformazioni, legame costitutivo e tensioni 16
1.1.5	Matrice di rigidezza dell'elemento 17
1.1.6	Assemblaggio e sistema globale..... 18
1.2	Mesh Morphing..... 21
1.2.1	Radial Basis Functions 22
1.3	Biological Growth Method 26
1.3.1	Formulazione matematica 28
1.3.2	BGM in RBF Morph 29
1.4	Software 30
1.4.1	Ansys Discovery..... 30
1.4.2	Ansys Workbench 30
1.4.3	Ansys Mechanical 30
1.4.4	RBF Morph..... 31
CAPITOLO 2	
IL CERCHIONE AUTOMOBILISTICO.....	33
2.1	Il cerchione automobilistico..... 33
2.2	Descrizione del caso studio..... 35

2.2.1	Geometria	35
2.2.2	Materiale.....	37
2.2.3	Prove di carico.....	38
2.2.4	Vincoli di progetto.....	42
2.3	Preparazione del modello CAD	43
CAPITOLO 3		
ANALISI STRUTTURALE		47
3.1	Mesh.....	47
3.1.1	Generazione della mesh.....	48
3.1.2	Analisi di convergenza della mesh.....	50
3.1.3	Indici di qualità della mesh	58
3.2	Analisi e risultati	59
CAPITOLO 4		
OTTIMIZZAZIONE.....		66
4.1	Formulazione generale del problema di ottimizzazione	67
4.1.1	Ottimizzazione non vincolata.....	67
4.1.2	Ottimizzazione vincolata	68
4.1.3	Ottimizzazione strutturale	69
4.2	Ottimizzazione della massa tramite mesh morphing	70
4.2.1	Set-up RBF Morph	71
4.2.2	Controllo della massa	77
4.2.3	Risultati	80
4.3	Ottimizzazione delle tensioni con il metodo BGM.....	83
4.3.1	Preparazione CAD.....	84
4.3.2	Set-up RBF Morph	86
4.3.3	Set-Up Analisi Ansys	92
4.3.4	Risultati	94
CONCLUSIONI		99
ELENCO DELLE FIGURE		102

ELENCO DELLE TABELLE.....	105
BIBLIOGRAFIA	107
RINGRAZIAMENTI	109

INTRODUZIONE

Nel settore *Automotive*, la necessità di coniugare estetica, efficienza strutturale e sostenibilità ha reso sempre più centrale l'approccio progettuale noto come *Design first*. In questo paradigma, il processo di sviluppo di un componente, in particolare di quelli visibili o esteticamente rilevanti, come i cerchioni, non inizia dalla funzione tecnica, bensì da una scelta stilistica: il design esterno viene definito in fase iniziale e solo successivamente viene sottoposto ad analisi strutturali e ottimizzazioni funzionali.

Questo approccio, se da un lato soddisfa le esigenze di marketing, branding e riconoscibilità del prodotto, dall'altro impone vincoli rigidi alla fase di progettazione, in quanto le modifiche geometriche devono avvenire a partire da un design già fissato. Proprio per questo motivo, il lavoro presentato in questa tesi nasce dalla volontà di esplorare una metodologia in grado di intervenire su una geometria esistente per migliorarne le prestazioni strutturali senza alterarne i tratti fondamentali.

L'oggetto di studio è un cerchione automobilistico, un componente particolarmente significativo nel campo *Automotive*. Esso rappresenta non solo un elemento strutturale critico, in quanto soggetto a carichi concentrati e ciclici, ma anche una parte esteticamente caratterizzante del veicolo. La sua influenza diretta sulla massa non sospesa, sul comportamento dinamico e sui consumi energetici lo rende un caso ideale per applicare un processo di ottimizzazione vincolato.

Grazie ad una collaborazione con Nissan, è stato fornito il modello CAD originale del cerchione oggetto di studio. A partire da questo modello si è sviluppato un processo di ottimizzazione strutturale in due fasi:

- Ottimizzazione della massa, mediante tecniche di mesh morphing, con l'obiettivo di ridurre il peso del componente mantenendo sotto controllo le tensioni massime;
- Ottimizzazione della distribuzione delle tensioni, applicando il Biological Growth Method (BGM), che consente di guidare la crescita o la riduzione locale del materiale sulla base dello stato tensionale ottenuto da simulazioni FEM.

Il BGM si ispira ai meccanismi di adattamento osservati in natura (ossa, strutture vegetali), e trova nel contesto design-first un'applicazione particolarmente interessante, poiché permette di agire su forme vincolate, senza alterare la topologia complessiva, ma solo modificando la geometria in modo continuo e controllato.

L'obiettivo di questa tesi è duplice: da un lato, valutare l'efficacia dell'approccio BGM nel migliorare la distribuzione delle sollecitazioni su un componente stilisticamente vincolato; dall'altro, offrire un modello operativo replicabile, capace di adattarsi a casi reali in cui il design precede e condiziona le scelte ingegneristiche

Il lavoro è strutturato in questo modo:

1. nel *Capitolo 1* si presentano le teorie e gli strumenti utilizzati per lo svolgimento del lavoro;
2. nel *Capitolo 2* si presenta il caso studio trattato, mettendone in evidenza i dettagli;
3. nel *Capitolo 3* si affronta un'analisi strutturale del cerchione mediante il metodo FEM;
4. nel *Capitolo 4* si ottimizza il modello baseline prima sulla massa e successivamente si passa all'ottimizzazione delle tensioni mediante metodo BGM;
5. nel *Capitolo 5* sono presenti le conclusioni e gli sviluppi futuri.

CAPITOLO 1

FONDAMENTI TEORICI E STRUMENTI UTILIZZATI

1.1 Introduzione al metodo FEM

Il metodo degli elementi finiti (FEM) è una delle tecniche numeriche più consolidate per l'analisi strutturale e, più in generale, per la risoluzione approssimata di problemi fisici descritti da equazioni differenziali alle derivate parziali. Sviluppato inizialmente per applicazioni in ambito aerospaziale, si è affermato progressivamente in numerosi settori dell'ingegneria grazie alla sua capacità di affrontare geometrie complesse, materiali eterogenei e condizioni al contorno articolate.

Il principio su cui si basa il metodo consiste nella discretizzazione del dominio fisico del problema in un insieme finito di sotto-domini più semplici, detti elementi finiti, interconnessi tramite nodi. All'interno di ciascun elemento, le grandezze incognite, in ambito strutturale tipicamente gli spostamenti, vengono approssimate tramite funzioni di forma, costruite in modo da interpolare i valori noti nei nodi.

Questa discretizzazione consente di trasformare il problema originario, formulato in modo continuo, in un sistema di equazioni algebriche lineari o non lineari, risolvibile numericamente. La soluzione ottenuta è approssimata, ma il livello di accuratezza può essere migliorato affinando la *mesh*, cioè la griglia di calcolo composta dagli elementi, o utilizzando funzioni interpolanti di ordine superiore.

Il FEM non è solo un metodo di calcolo, ma anche uno strumento di modellazione estremamente versatile. Può essere applicato a problemi statici o dinamici, lineari o non lineari, anche con presenza di fenomeni multifisici. Inoltre, la sua formulazione variazionale garantisce solidità teorica e consente un'estensione sistematica a casi più complessi, rendendolo uno strumento essenziale nella progettazione ingegneristica moderna.

1.1.1 Il modello matematico del continuo

Nel contesto dell'analisi strutturale, il comportamento di un corpo deformabile viene descritto attraverso un modello matematico basato su equazioni differenziali che tengono conto dell'equilibrio meccanico, delle proprietà costitutive del materiale e delle condizioni al contorno. Tale formulazione, nota come modello del continuo, rappresenta il punto di partenza per l'applicazione del metodo degli elementi finiti.

Si considera un dominio $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ che rappresenta la geometria del corpo in esame. All'interno di questo dominio agiscono forze di volume $\mathbf{b}$, mentre sulla sua superficie Γ possono essere applicate forze superficiali $\mathbf{t}$ oppure vincoli di spostamento prescritti $\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}}$. Il comportamento del materiale è descritto da una legge costitutiva che, nel caso elastico-lineare, lega le tensioni $\boldsymbol{\sigma}$ alle deformazioni $\boldsymbol{\varepsilon}$ tramite la matrice di elasticità D .

Il sistema di equazioni che definisce il problema diretto in forma forte è costituito da:

le equazioni di equilibrio statico nel dominio:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad \text{in } \Omega \quad (1.1)$$

- la relazione costitutiva del materiale (modello elastico-lineare isotropo):

$$\boldsymbol{\sigma} = D\boldsymbol{\varepsilon} \quad (1.2)$$

- le relazioni cinematiche che legano le deformazioni agli spostamenti:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla^{sym} \mathbf{u} \quad (1.3)$$

- le condizioni al contorno:

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad \text{su } \Gamma_u, \quad \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{t} \quad \text{su } \Gamma_t \quad (1.4)$$

Questo sistema rappresenta il modello matematico del continuo, che costituisce il punto di partenza per la formulazione agli elementi finiti. Poiché la sua risoluzione analitica è

generalmente impraticabile per geometrie e condizioni complesse, si procede alla riformulazione variazionale e successivamente alla discretizzazione numerica.

1.1.2 Principio dei lavori virtuali e formulazione variazionale

Per rendere applicabile il metodo degli elementi finiti, è necessario riformulare il problema di equilibrio in forma variazionale. Una delle modalità più diffuse per farlo si basa sull'impiego del principio dei lavori virtuali (PLV), che consente di esprimere le condizioni di equilibrio in termini energetici.

Il principio afferma che:

“Una struttura è in equilibrio se, per ogni campo di spostamenti virtuali compatibili con i vincoli imposti, il lavoro virtuale delle forze interne è uguale al lavoro virtuale delle forze esterne.”

Tale principio, applicato al contesto elastico lineare, assume la seguente forma integrale:

$$\int_{\Omega} \sigma \delta \varepsilon d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{u} d\Omega + \int_{\Gamma_t} \mathbf{t} \cdot \delta \mathbf{u} d\Gamma \quad (1.5)$$

dove

- $\delta \mathbf{u}$ è un campo di spostamenti virtuali
- $\delta \varepsilon$ rappresenta il campo di deformazioni virtuali associato a $\delta \mathbf{u}$
- σ è il campo delle tensioni
- $\mathbf{b}$ sono le forze di volume agenti su Ω
- $\mathbf{t}$ sono le forze di superficie agenti su Γ_t

Questa equazione costituisce la forma debole del problema di equilibrio. A differenza della formulazione forte, che richiede condizioni di regolarità più stringenti per le funzioni incognite, la formulazione variazionale permette di lavorare in spazi funzionali meno restrittivi, garantendo una maggiore flessibilità dal punto di vista numerico.

L'approccio variazionale costituisce il fondamento teorico del FEM, in quanto:

- consente di costruire un sistema discreto coerente con le leggi della meccanica del continuo,
- permette di gestire vincoli complessi in modo naturale,
- garantisce stabilità e convergenza della soluzione approssimata.

Nel paragrafo successivo si introdurrà il processo di discretizzazione del dominio, tramite il quale il problema variazionale viene reso risolvibile numericamente.

1.1.3 Discretizzazione del dominio e funzione di forma

Per rendere computazionalmente risolvibile il problema in forma variazionale, è necessario procedere con la discretizzazione del dominio Ω . Tale operazione consiste nella suddivisione del corpo continuo in un numero finito di sotto-domini più semplici, detti elementi finiti, la cui unione costituisce la *mesh*. Ciascun elemento è definito da un insieme di nodi, ovvero punti discreti in cui le variabili incognite, come gli spostamenti, vengono calcolate. La qualità della discretizzazione influisce significativamente sull'accuratezza e sulla stabilità della soluzione numerica. Una *mesh* ben costruita deve essere in grado di catturare le variazioni locali delle grandezze fisiche senza introdurre eccessiva complessità computazionale.

È necessario scegliere una funzione attraverso la quale sia possibile descrivere univocamente il campo degli spostamenti dell'elemento. La funzione scelta è generalmente di tipo polinomiale. Generalmente la funzione scelta non fornisce una descrizione esatta del campo degli spostamenti, ma solo una descrizione approssimata che è però sufficiente per dare risultati numerici di interesse ingegneristico. La funzione scelta per approssimare il campo degli spostamenti dovrà soddisfare quattro requisiti fondamentali, i primi due di *completezza*, i secondi due di *compatibilità*. Il soddisfacimento di tutti e quattro tali requisiti garantisce una convergenza monotona verso il risultato, in particolare la funzione scelta

- dovrà garantire la possibilità di esprimere tutti i moti rigidi dell'elemento, senza che questo comporti l'insorgere di uno stato di tensione nell'elemento
- dovrà garantire la possibilità di esprimere almeno tutti gli stati di deformazione costante su tutto l'elemento. Il campo delle deformazioni non deve essere continuo.
- Dovrà garantire la continuità del campo degli spostamenti fra elementi contigui nella

struttura, ossia durante la deformazione della struttura non dovranno prodursi strappi o sovrapposizioni.

- Dovrà essere priva di punti singolari nel suo dominio di definizione, ossia ancora la continuità del campo degli spostamenti, ma questa volta all'interno dell'elemento.

Indicando con δ_i lo spostamento i -esimo, per ciascun punto dell'elemento si potrà scrivere

$$\begin{aligned}
 \delta_1(x_k) &= \alpha_1 \phi_{11}(x_k) + \alpha_2 \phi_{12}(x_k) + \dots + \alpha_n \phi_{1n}(x_k) \\
 \delta_2(x_k) &= \alpha_1 \phi_{21}(x_k) + \alpha_2 \phi_{22}(x_k) + \dots + \alpha_n \phi_{2n}(x_k) \\
 &\dots \\
 \delta_i(x_k) &= \alpha_1 \phi_{i1}(x_k) + \alpha_2 \phi_{i2}(x_k) + \dots + \alpha_n \phi_{in}(x_k) \\
 &\dots
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

dove

- x_k sono le coordinate del punto considerato nel sistema di riferimento locale;
- ϕ_{ij} sono le funzioni polinomiali scelte, calcolate nel punto considerato;
- α_j sono i coefficienti della combinazione lineare delle funzioni;

Il valore dei coefficienti α_j per il momento sono incogniti, essi devono essere almeno in numero complessivamente pari al numero di gradi di libertà dell'elemento. Organizzando quanto detto sopra in forma matriciale si ha

$$\{\delta(x_k)\} = [\phi(x_k)]\{\alpha\} \tag{1.7}$$

dove

- $\phi(x_k)$ è la matrice che raccoglie tutte le funzioni ϕ_{ij} ;
- $\{\alpha\}$ è il vettore che raccoglie tutti i coefficienti α_j ;

Questa formulazione consente di approssimare un campo continuo tramite un numero finito di gradi di libertà, rendendo il problema adatto alla risoluzione numerica. L'accuratezza dell'approssimazione dipende sia dalla dimensione degli elementi, sia dall'ordine polinomiale

delle funzioni adottate.

La funzione (1.7) scelta per descrivere il campo degli spostamenti deve essere tale da assumere proprio i valori degli spostamenti nodali allorché venga calcolata sostituendo per le coordinate x_k le coordinate dei nodi. Questa condizione permette di calcolare il valore dei coefficienti α_j incogniti.

Il risultato di questo calcolo può essere scritto nella seguente forma matriciale

$$\{f\} = [A]\{\alpha\} \quad (1.8)$$

dove

- $[A]$ è la matrice che raccoglie il valore delle funzioni ϕ_{ij} calcolate nei vari nodi
- $\{f\}$ è il vettore degli spostamenti nodali

La matrice $[A]$ è quadrata e può essere invertita ottenendo così

$$\{\alpha\} = [A]^{-1}\{f\} \quad (1.9)$$

che rende noti i coefficienti α_j della combinazione lineare. Avendo ricavato il vettore dei coefficienti è noto l'intero campo degli spostamenti di ogni punto dell'elemento. Il campo degli spostamenti può essere riscritto in funzione degli spostamenti nodali.

$$\{\delta(x_k)\} = [\phi(x_k)][A]^{-1}\{f\} = [N(x_k)]\{f\} \quad (1.10)$$

dove $[N]$ è la matrice che raccoglie le funzioni, dette funzioni di forma, che moltiplicate per i valori degli spostamenti nodali, descrivono il campo degli spostamenti.

Si nota che passando dalla (1.7) alla (1.10) si è passati da funzioni di approssimazione del campo degli spostamenti a funzioni di interpolazione degli spostamenti nodali

I polinomi di interpolazione per i quali viene imposto che assumano dati valori quando sono computati in corrispondenza di dati punti sono detti di tipo lagrangiano. Viceversa, i polinomi di interpolazione per i quali viene imposto non solo che assumano dati valori quando sono computati in corrispondenza di dati punti, ma si impongono anche i valori delle derivate in quei punti, sono detti di tipo hertziano.

1.1.4 Deformazioni, legame costitutivo e tensioni

A partire dal campo di spostamenti definito tramite le funzioni di forma, è possibile determinare il corrispondente campo di deformazioni, che rappresenta la misura delle variazioni locali di forma e dimensione del corpo in esame. Nel regime di piccole deformazioni, tipico dell'analisi elastica lineare, il tensore delle deformazioni si esprime come:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\nabla\delta + (\nabla\delta)^T) \quad (1.11)$$

Nel contesto del metodo degli elementi finiti, le derivate spaziali del campo di spostamenti vengono ottenute a partire dalle funzioni di forma, permettendo di scrivere

$$\varepsilon(x_k) = [B] \cdot f \quad (1.12)$$

dove la matrice $[B]$, i cui termini sono in generale anch'essi funzioni di x_k , raccoglie le funzioni risultato delle operazioni di differenziazione delle funzioni di forma N . La matrice $[B]$ esprime la dipendenza del campo delle deformazioni del materiale dagli spostamenti nodali.

Una volta determinato il campo di deformazioni, si può risalire al corrispondente campo di tensioni mediante l'applicazione della legge costitutiva del materiale.

$$\{\sigma(x_k)\} = [D]\{\varepsilon(x_k)\} \quad (1.13)$$

La matrice $[D]$ che esprime il legame fra tensioni e deformazioni è detta matrice di rigidità o di elasticità del materiale ed è una matrice quadrata.

Combinando le equazioni (1.12) e (1.13) si ottiene

$$\sigma = [D] \cdot [B] \cdot f \quad (1.14)$$

Questa espressione consente di valutare il campo delle tensioni a partire dagli spostamenti

nodali. I valori ottenuti vengono utilizzati per verificare il rispetto delle condizioni di resistenza del materiale e costituiscono uno strumento essenziale per la valutazione strutturale del componente.

1.1.5 Matrice di rigidezza dell'elemento

Nel metodo degli elementi finiti, la matrice di rigidezza rappresenta il legame tra gli spostamenti nodali e le forze nodali esterne associate a ciascun elemento. Essa costituisce uno degli elementi fondamentali del modello numerico, in quanto consente di costruire il sistema globale delle equazioni dell'equilibrio.

La generica relazione di rigidezza è

$$\{F\} = [K]\{f\} \quad (1.15)$$

Dove

- $\{F\}$ è il vettore dei carichi nodali;
- $[K]$ è la matrice di rigidezza;
- $\{f\}$ è il vettore degli spostamenti nodali;

Per ciascun elemento finito, la matrice di rigidezza locale $[K^e]$ si ottiene a partire dalla formulazione variazionale, sostituendo l'approssimazione del campo di spostamenti nella forma debole dell'equilibrio. Il risultato è un'espressione integrale che coinvolge le proprietà geometriche e meccaniche dell'elemento:

$$[K^e] = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega \quad (1.16)$$

Il calcolo dell'integrale viene effettuato numericamente, spesso tramite quadratura gaussiana, in particolare per elementi *isoparametrici*, che garantiscono compatibilità o funzioni di forma di ordine superiore.

La matrice $[K^e]$ è per costruzione simmetrica e, nel caso di materiali elastici lineari, anche definita positiva, proprietà che garantiscono la stabilità numerica e la ben posatezza del problema. Inoltre, essa risulta sparsa, poiché ogni elemento coinvolge un numero limitato di gradi di libertà.

Dopo aver determinato la matrice di rigidezza per ogni elemento, si procede con l'assemblaggio nel sistema globale, sovrapponendo i contributi locali nei nodi condivisi. Il risultato è una matrice globale del sistema che sarà utilizzata per risolvere il problema strutturale completo.

1.1.6 Assemblaggio e sistema globale

Una volta calcolata la matrice di rigidezza per ciascun elemento, il passo successivo consiste nell'assemblaggio del sistema globale. Tale operazione consente di costruire l'equazione agli spostamenti che descrive l'equilibrio dell'intero dominio discretizzato.

L'assemblaggio si basa sul principio che i nodi condivisi tra due o più elementi devono mantenere la continuità degli spostamenti. Di conseguenza, le matrici di rigidezza locali $[K^e]$ vengono sovrapposte nei gradi di libertà comuni, secondo una logica di somma per posizionamento relativo:

$$K = \sum_{e=1}^{n_{el}} [A^e]^T [K^e] [A^e] \quad (1.17)$$

dove $[A^e]$ è la matrice di connessione che mappa i gradi di libertà locali dell'elemento e nel sistema globale.

L'equazione globale del problema strutturale assume quindi la forma

$$F = K \cdot f \quad (1.18)$$

dove:

- f è il vettore degli spostamenti nodali globali;
- F è il vettore globale delle forze esterne applicate;
- K è la matrice di rigidezza globale;

Prima della risoluzione, è necessario imporre le condizioni al contorno cinematiche, ovvero i vincoli sugli spostamenti. Questi vengono implementati modificando opportunamente il sistema, ad esempio tramite l'eliminazione dei gradi di libertà o mediante tecniche di

penalizzazione.

Il sistema risultante è tipicamente sparso, simmetrico e definito positivo, caratteristiche che ne rendono efficiente la risoluzione mediante algoritmi numerici specializzati, come verrà discusso nel paragrafo seguente.

Una volta costruito il sistema globale di equazioni nella forma (1.18) si rende necessario adottare una strategia numerica per la sua risoluzione. Il sistema risultante è in genere di grandi dimensioni, ma presenta caratteristiche favorevoli dal punto di vista computazionale: è sparso, simmetrico e, in condizioni normali, definito positivo.

Le tecniche di risoluzione si suddividono principalmente in due categorie: metodi diretti e metodi iterativi.

Metodi diretti

Tra i metodi diretti, il più noto è l'eliminazione di Gauss, che permette di risolvere il sistema tramite sostituzioni successive. Un'alternativa più efficiente, specialmente per matrici simmetriche e definite positive, è la fattorizzazione di Cholesky, che scompone la matrice K come

$$K = L \cdot L^T \quad (1.19)$$

dove L è una matrice triangolare inferiore. Questa tecnica consente di risolvere il sistema con un numero ridotto di operazioni rispetto al metodo di Gauss, preservando stabilità numerica.

Metodi iterativi

Per sistemi di grandi dimensioni, soprattutto in ambito industriale, si preferiscono spesso metodi iterativi, che costruiscono progressivamente una sequenza di soluzioni approssimate.

Tra i più comuni si trovano:

- Metodo di Jacobi;
- Metodo di Gauss-Seidel;
- Metodo del gradiente coniugato, particolarmente indicato per matrici simmetriche e definite positive.

Questi metodi risultano vantaggiosi in termini di memoria, poiché sfruttano la struttura sparsa del sistema e non richiedono l'immagazzinamento dell'intera matrice.

La scelta della strategia risolutiva dipende da diversi fattori: dimensione del problema, struttura della *mesh*, precisione richiesta e risorse computazionali disponibili. Nei software FEM commerciali, la selezione del solutore viene spesso automatizzata o lasciata configurabile dall'utente in funzione del tipo di analisi.

1.2 Mesh Morphing

Il mesh morphing rappresenta una tecnica computazionale avanzata finalizzata alla deformazione continua di una griglia computazionale preesistente, mantenendone invariata la connettività topologica. Tale metodologia consente di adattare una *mesh* originaria spesso denominata *baseline mesh* a nuove configurazioni geometriche o condizioni al contorno, senza necessità di rigenerarla ex novo. Il mesh morphing trova ampia applicazione in ambiti ingegneristici ad elevata complessità computazionale, quali l'ottimizzazione aerodinamica, le simulazioni fluidodinamiche transitorie e l'analisi strutturale parametrica, grazie alla sua efficacia nella riduzione dei tempi di *pre-processing* e nell'incremento dell'efficienza numerica.

Le tecniche di mesh morphing si basano su algoritmi di interpolazione che trasferiscono deformazioni note in corrispondenza di punti di controllo selezionati all'intera mesh computazionale. Tra i metodi più consolidati in letteratura si annoverano:

- Le *Radial Basis Functions (RBF)*, che permettono l'interpolazione delle deformazioni attraverso funzioni radiali centrate su punti di controllo. Tale approccio è rinomato per l'elevata precisione e per la capacità di trasmettere deformazioni anche a lunga distanza rispetto ai nodi di input.
- Il metodo *Inverse Distance Weighting (IDW)*, che assegna pesi decrescenti all'influenza dei punti di controllo in funzione della distanza. Esso risulta computazionalmente più economico rispetto alle RBF, ma può presentare limitazioni in termini di accuratezza nelle regioni lontane dai punti di controllo.
- Le *Thin Plate Splines (TPS)*, basate sulla minimizzazione dell'energia elastica di una lastra sottile, sono in grado di produrre deformazioni estremamente lisce, pur risultando più onerose dal punto di vista computazionale. Nel contesto della fluidodinamica computazionale (*CFD*), il mesh morphing è frequentemente impiegato per l'analisi di varianti geometriche in fase di progetto, in particolare in settori ad alta competitività come l'aeronautica e l'*Automotive*. Consente, ad esempio, la valutazione dell'impatto aerodinamico di modifiche geometriche senza necessità di rigenerare la *mesh* a ogni iterazione. Analogamente, in ambito strutturale, la tecnica viene utilizzata per analisi parametrizzate e per studi di ottimizzazione, ove risulta essenziale garantire coerenza topologica e stabilità numerica.

Tra i principali vantaggi offerti dal mesh morphing si annovera una marcata riduzione dei tempi richiesti per il *pre-processing* geometrico, con conseguente aumento dell'efficienza nei cicli di simulazione. La conservazione della topologia della mesh iniziale garantisce inoltre una maggiore stabilità numerica, facilitando confronti diretti tra geometrie diverse. Il metodo si integra efficacemente con strategie di ottimizzazione automatica e con approcci basati su modelli surrogati, i quali richiedono valutazioni multiple del sistema a basso costo computazionale.

Nonostante i numerosi punti di forza, il mesh morphing presenta alcune criticità, in particolare in presenza di deformazioni di grande entità o di geometrie complesse. In tali condizioni, le tecniche di *morphing* possono introdurre distorsioni rilevanti nella griglia, tali da compromettere la qualità delle simulazioni numeriche e l'affidabilità dei risultati. È pertanto necessario adottare opportune strategie di controllo della qualità della *mesh* deformata e, qualora necessario, ricorrere a tecniche ibride che integrano il *morphing* con fasi di *remeshing* localizzato.

1.2.1 Radial Basis Functions

Poiché la tecnica di *mesh morphing* impiegata in questo lavoro si basa sull'utilizzo delle *Radial Basis Functions (RBF)*, risulta fondamentale introdurre e descrivere in modo rigoroso i principi teorici alla base di questo metodo. Tale approfondimento è essenziale per comprendere il funzionamento del software *RBF Morph*, utilizzato nelle fasi di *morphing* controllato della *mesh* del cerchione.

Le funzioni di base radiale sono una classe di funzioni a valori reali, con dominio in $\mathbb{R}^n$, la cui forma generale può essere espressa come:

$$f(x) = \varphi(\|x - x_k\|) \quad (1.20)$$

dove x_k è un punto noto del dominio della funzione detto centro della RBF, o punto sorgente, e x è il generico punto del dominio della RBF, o punto bersaglio.

Le Radial Basis Functions (RBF) sono state inizialmente sviluppate come metodo per interpolare dati distribuiti in maniera irregolare. La loro forza principale sta nella capacità di

ricostruire una funzione continua in tutto lo spazio, partendo da un insieme di punti discreti, restituendo esattamente i valori noti nei punti originali. Il comportamento della funzione tra questi punti è influenzato dal tipo di base radiale selezionata, che può essere a supporto completo oppure limitato. Indipendentemente dalla scelta, si aggiunge un termine correttivo di tipo polinomiale per assicurare la coerenza con i moti rigidi.

Per determinare i coefficienti delle RBF, è necessario risolvere un sistema lineare, la cui dimensione coincide con il numero di punti sorgente utilizzati. Una volta ottenuti i coefficienti incogniti, è possibile descrivere lo spostamento di un punto qualsiasi, sia esso interno o esterno al dominio definito, tramite la somma dei contributi radiali provenienti da ogni punto sorgente, a condizione che il punto si trovi nel dominio di influenza. La funzione di interpolazione risultante è composta da una combinazione tra la base radiale e un polinomio, definita come segue

$$s(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \gamma_i \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k_i}\|) + h(\mathbf{x}) \quad (1.21)$$

Il grado del polinomio deve essere scelto in funzione del tipo di RBF adottata.

È possibile ottenere una buona approssimazione con le RBF se si riescono a determinare i coefficienti γ e i pesi del polinomio in modo tale che la funzione interpolata assuma i valori desiderati nei punti sorgente. Inoltre, il contributo del termine polinomiale deve annullarsi in corrispondenza di tali punti, il che implica la soddisfazione della condizione:

$$s(\mathbf{x}_{k_i}) = \mathbf{g}_i, \quad 1 \leq i \leq C \quad (1.22)$$

$$\sum_{i=1}^N \gamma_i p(\mathbf{x}_{k_i}) = 0 \quad (1.23)$$

per ogni polinomio p con grado minore o uguale a quello del polinomio h . Il grado minimo richiesto per h dipende dalla funzione radiale scelta.

L'interpolazione è garantita come unica soluzione se la funzione di base è *condizionatamente definita positiva*. In particolare, se tale funzione è condizionatamente definita positiva di ordine $m \leq 2$, è sufficiente l'uso di un polinomio lineare, del tipo:

$$h(\mathbf{x}) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 z \quad (1.24)$$

Nella trattazione che segue si assumerà la validità di queste premesse. Una delle conseguenze dell'impiego di un polinomio lineare è la capacità di rappresentare fedelmente le traslazioni rigide.

I coefficienti γ delle RBF e i β del polinomio si ottengono risolvendo il seguente sistema lineare:

$$\begin{bmatrix} M & P_s \\ P_s^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} g_s \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1.25)$$

dove

- g_s rappresenta i valori noti nei punti sorgente.
- M è la matrice di interpolazione i cui elementi sono calcolati come interazione radiale tra i punti sorgente:

$$M_{ij} = \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k_i}\|), 1 \leq i \leq C, 1 \leq j \leq C \quad (1.26)$$

- P è la matrice che rappresenta i vincoli imposti dal termine polinomiale e contiene una colonna di valori unitari, seguita dalle coordinate x, y, z dei punti sorgente nelle restanti tre colonne:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & x_{k_1} & y_{k_1} & z_{k_1} \\ 1 & x_{k_2} & y_{k_2} & z_{k_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{k_N} & y_{k_N} & z_{k_N} \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

L'interpolazione con le RBF lavora per un campo scalare, se deve essere ricostruito un campo vettoriale, ogni sua componente nello spazio 3D può essere espressa come:

$$\begin{cases} s_x(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \gamma_i^x \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k_i}\|) + \beta_1^x + \beta_2^x x + \beta_3^x y + \beta_4^x z \\ s_y(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \gamma_i^y \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k_i}\|) + \beta_1^y + \beta_2^y x + \beta_3^y y + \beta_4^y z \\ s_z(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \gamma_i^z \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k_i}\|) + \beta_1^z + \beta_2^z x + \beta_3^z y + \beta_4^z z \end{cases} \quad (1.28)$$

Le principali RBF usate in campo ingegneristico sono elencate nella *Tabella 1.1*:

Tabella 1.1: Principali RBF

RBF with global support	$\varphi(r)$
Spline type (Rn)	$r^n, n \text{ odd}$
Thin plate spline (TPSn)	$r^n \log(r), n \text{ even}$
Multiquadric (MQ)	$\sqrt{1 + r^2}$
Inverse multiquadric (IMQ)	$\frac{1}{\sqrt{1 + r^2}}$
Inverse quadric (IQ)	$\frac{1}{1 + r^2}$
Gaussian (GS)	e^{-r^2}
RBF with compact support	$\varphi(r) = f(\xi), \xi = \frac{r}{R_{sup}}$
Wendland C0 (C0)	$(1 - \xi)^2$
Wendland C2 (C2)	$(1 - \xi)^4(4\xi + 1)$
Wendland C4 (C4)	$(1 - \xi)^6 \left(\frac{35}{3} \xi^2 + 6\xi + 1 \right)$

1.3 Biological Growth Method

Si introduce il *Biological Growth Method (BGM)*, ovvero il metodo di ottimizzazione che sarà utilizzato per il caso studio trattato. Il *BGM* è una tecnica di ottimizzazione morfologica che consente di modificare localmente la sagoma degli elementi di un modello numerico, senza alterare la morfologia globale del dominio iniziale, che può coincidere con l'intera geometria oppure con una sua porzione.

Il principio su cui si basa il metodo trae ispirazione dai processi naturali di crescita biologica osservati, ad esempio, in strutture come le ossa o i tronchi degli alberi. Tali strutture si evolvono nel tempo in risposta ai carichi esterni, adattando la loro forma verso configurazioni sempre più efficienti, in grado di distribuire le sollecitazioni in modo più uniforme. In altre parole, si tratta di una forma di auto-ottimizzazione naturale, che tende alla condizione di isotensione sulla superficie del componente, nel rispetto del campo di carico applicato.

L'idea alla base del *BGM* è quella di trasferire in ambito ingegneristico questo meccanismo di adattamento, simulandolo numericamente per migliorare le prestazioni strutturali di componenti reali. La strategia matematica che guida il metodo è concettualmente semplice: aggiungere materiale nelle zone in cui la tensione risulta elevata e rimuoverlo laddove la tensione è trascurabile. Questa redistribuzione viene attuata tramite modifiche locali e progressive della forma, applicate in maniera iterativa.

Durante ciascuna iterazione, viene eseguita un'analisi FEM per determinare il campo delle tensioni. Le informazioni ottenute vengono poi utilizzate per aggiornare localmente la geometria, guidando la crescita o la contrazione dei nodi di superficie secondo una legge evolutiva dipendente dall'intensità tensionale. Iterando questo processo più volte, si tende idealmente a raggiungere una condizione di equilibrio strutturale ottimizzato, caratterizzata da una distribuzione delle sollecitazioni più omogenea e da un impiego più efficiente del materiale.

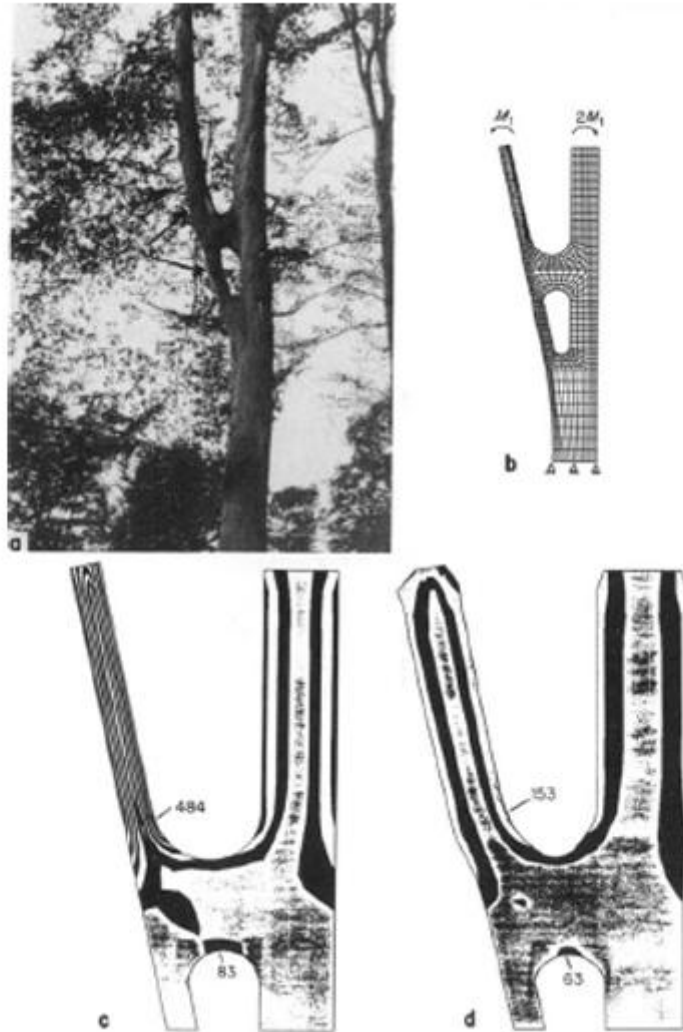


Figura 1.1: (a) Frammento di albero che mostra un aumento di diametro solamente sopra il ponte laterale; (b) Mesh FEM di un frammento di albero semplificato in condizioni di stato piano di tensione; (c) Linee di isotensione di Von Mises prima di simulare la crescita. (d); Struttura in Figura 1(c) dopo la “crescita”.

1.3.1 Formulazione matematica

La formulazione matematica del *BGM* può essere espressa come un problema di ottimizzazione che minimizza la seguente funzione obiettivo:

$$\sigma(x, y, z) - \sigma_{ref} \quad \forall x, y, z \in D \quad (1.29)$$

dove:

- D è il dominio di ottimizzazione, che può comprendere tutta la geometria o solo una parte di essa;
- $\sigma(x, y, z)$ è la tensione equivalente nel punto considerato, generalmente si fa sempre riferimento alla tensione di Von Mises;
- σ_{ref} è la tensione obiettivo, che viene scelta in base al caso trattato.

la (1.29) può essere soddisfatta se il dominio di ottimizzazione cambia forma in base alla relazione:

$$\dot{\varepsilon}_{def} = \beta(\sigma(x, y, z) - \sigma_{ref}) \quad \forall x, y, z \in D \quad (1.30)$$

con $\dot{\varepsilon}_{def}$ è la velocità di deformazione proporzionale, tramite β , alla funzione guida deviazione dalla tensione di riferimento in ogni punto.

Integrando la (1.30) in un intervallo di tempo Δt si ottiene:

$$\varepsilon_{def} = \beta(\sigma(x, y, z) - \sigma_{ref})\Delta t \quad (1.31)$$

Ciò che distingue le diverse implementazioni del *Biological Growth Method* presenti in letteratura è la modalità con cui vengono applicati gli spostamenti ai nodi del dominio in funzione della funzione guida, la quale dipende dalla deviazione della tensione locale rispetto a un valore di riferimento. Sebbene i criteri di applicazione e le tecniche numeriche possano variare, la funzione obiettivo sottostante rimane invariata, e consiste nell'uniformare il campo tensionale attraverso un processo di crescita o riduzione morfologica.

1.3.2 BGM in RBF Morph

Dato che il presente lavoro l'ottimizzazione BGM verrà condotta mediante il software RBF Morph è doveroso riportare il modello BGM che impiega il software per gestire le operazioni di morphing. Lo spostamento dei nodi è definito dalla seguente equazione:

$$S_{node} = \frac{\sigma_{node} - \sigma_{th}}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} \cdot d \quad (1.32)$$

in cui σ_{node} è la tensione calcolata nel generico nodo sorgente, σ_{th} è una soglia che delimita il valore di tensione oltre il quale viene aggiunto materiale o al di sotto del quale il materiale viene rimosso, e σ_{max} e σ_{min} sono rispettivamente i valori massimo e minimo della tensione su tutta la porzione del contorno considerata. Il parametro d è un fattore moltiplicativo che può essere regolato manualmente oppure adattato automaticamente tramite una routine di ottimizzazione definita dall'utente.

A ciascun nodo verrà dunque assegnato uno spostamento S_{node} nella direzione normale alla superficie di appartenenza. Tale spostamento si propagherà non solo ai punti sorgente, ma anche ai nodi bersaglio circostanti, al fine di ottenere una variazione dello spostamento graduale e continua, evitando discontinuità improvvise.

1.4 Software

1.4.1 Ansys Discovery

Ansys Discovery è un ambiente integrato che combina funzionalità di modellazione diretta con strumenti di simulazione avanzata. Per quanto riguarda l'ambito CAD, il software offre un'interfaccia intuitiva per la creazione e la modifica di geometrie tridimensionali, permettendo una progettazione parametrica rapida e flessibile. La modellazione diretta consente di intervenire direttamente sulla geometria senza la necessità di un albero cronologico, facilitando modifiche iterative durante la fase di concept design. Questa capacità lo rende particolarmente adatto per la prototipazione virtuale e l'ottimizzazione preliminare dei componenti meccanici, integrandosi agevolmente con i successivi processi di analisi e simulazione.

1.4.2 Ansys Workbench

Ansys Workbench è una piattaforma integrata per la simulazione ingegneristica che consente di gestire in modo modulare e sinergico diversi strumenti di analisi numerica. Utilizzato principalmente come ambiente di orchestrazione, *Workbench* permette di accedere a moduli specializzati per l'analisi strutturale, termica, fluidodinamica e multifisica, mantenendo coerenza nei dati geometrici, nelle condizioni al contorno e nei risultati. Il software si interfaccia efficacemente con modelli CAD importati o generati, offrendo funzionalità avanzate per il *meshing*, la definizione di carichi e vincoli, e la post-elaborazione dei risultati. Grazie alla sua architettura a flusso di lavoro (*workflow-based*), *Ansys Workbench* consente una gestione trasparente delle dipendenze tra i vari moduli di simulazione, favorendo l'integrazione delle analisi nel ciclo di progettazione.

1.4.3 Ansys Mechanical

Ansys Mechanical è il modulo di analisi strutturale della suite *Ansys*, progettato per eseguire simulazioni FEM su componenti e assiemi meccanici. Il software consente di analizzare il comportamento dei materiali e delle strutture sotto l'azione di carichi statici, dinamici, termici e multifisici. Attraverso una gestione avanzata della *mesh*, dei contatti e delle condizioni al

contorno, *Ansys Mechanical* offre strumenti di alta precisione per la valutazione di tensioni, deformazioni e modi propri. L'ambiente di lavoro è completamente integrato in *Ansys Workbench*, permettendo l'importazione diretta di geometrie CAD e la parametrizzazione del modello per studi di ottimizzazione e analisi *what-if*. È particolarmente adatto per applicazioni in ambito meccanico, aerospaziale, automotive e civile, dove è richiesta un'elevata affidabilità dei risultati simulativi.

1.4.4 RBF Morph

RBF Morph è un software avanzato per la morfologia parametrica basato su Radial Basis Functions (RBF), integrato nella piattaforma *Ansys Mechanical*. È progettato per la modifica flessibile di geometrie complesse, consentendo la modifica della *mesh* senza comprometterne la qualità. Questo approccio è particolarmente utile nell'ambito dell'ottimizzazione geometrica, dove è necessario esplorare varianti di forma senza rigenerare la *mesh* o modificare il modello CAD originale.

Grazie alla sua capacità di manipolare la geometria in modo continuo e controllato, RBF Morph è ampiamente impiegato in studi di ottimizzazione parametrica, soprattutto in ambito aerodinamico e meccanico. La compatibilità nativa con *Ansys Mechanical* e *Fluent* ne facilita l'integrazione in workflow multifisici e automatizzati.

CAPITOLO 2

IL CERCHIONE AUTOMOBILISTICO

2.1 Il cerchione automobilistico

Il cerchione automobilistico costituisce un componente fondamentale del sistema ruota, svolgendo un ruolo strutturale e funzionale di rilievo nella dinamica del veicolo. Esso funge da interfaccia meccanica tra lo pneumatico e il mozzo, garantendo l'alloggiamento sicuro del primo, la tenuta in pressione e la trasmissione delle sollecitazioni meccaniche generate durante il funzionamento del veicolo. Tra queste si annoverano carichi verticali statici e dinamici, forze laterali durante le manovre in curva e momenti torcenti legati a frenata e trazione.

Oltre al suo ruolo strutturale, il cerchione incide direttamente sulle prestazioni dinamiche del veicolo, in quanto rappresenta una parte significativa delle masse non sospese. La sua massa e distribuzione influenzano l'inerzia rotazionale, la risposta delle sospensioni e, in ultima analisi, la stabilità e la guidabilità del mezzo. Di conseguenza, l'ottimizzazione del cerchione richiede un attento bilanciamento tra rigidità, resistenza a fatica, leggerezza e integrità strutturale.

La produzione del cerchione può avvenire mediante differenti tecnologie, ciascuna con specifiche implicazioni in termini di prestazioni meccaniche, costi di produzione e complessità geometrica. Le principali tecniche impiegate sono:

- *Fusione*: particolarmente diffusa per la produzione di cerchioni in lega di alluminio, consente la realizzazione di geometrie complesse a costi contenuti. Le varianti includono la colata per gravità, a bassa pressione e ad alta pressione. Sebbene economica, questa tecnica può generare difetti come porosità e disomogeneità microstrutturali, che ne limitano l'utilizzo in applicazioni ad alte prestazioni.
- *Forgiatura*: processo di deformazione plastica a caldo, impiegato per ottenere

cerchioni con elevata densità e proprietà meccaniche superiori. Grazie alla migliore orientazione delle fibre del materiale e all'assenza di difetti interni, i cerchi forgiati offrono elevate prestazioni strutturali e una significativa riduzione della massa. Tali caratteristiche ne rendono l'impiego ideale in ambito sportivo o premium.

- *Lavorazioni per asportazione di truciolo*: utilizzate per rifinire la geometria del cerchio e garantire tolleranze dimensionali ristrette, in particolare nelle interfacce funzionali come l'attacco al mozzo. Queste lavorazioni permettono inoltre la realizzazione di dettagli estetici complessi.
- *Flow forming*: processo ibrido che combina una fase di fusione preliminare con una successiva deformazione plastica controllata. Tale tecnica consente di migliorare le proprietà meccaniche nella zona del canale del cerchio, riducendone lo spessore e il peso, mantenendo tuttavia un buon compromesso economico rispetto alla forgiatura.

La selezione dei materiali per la realizzazione dei cerchi automobilistici dipende da un insieme di fattori che includono requisiti strutturali, considerazioni economiche e vincoli di produzione. I materiali comunemente impiegati includono:

- *Leghe di alluminio*: costituite principalmente da alluminio e silicio, rappresentano la soluzione più diffusa grazie all'equilibrio tra densità contenuta, resistenza alla corrosione e buone proprietà meccaniche. Le leghe vengono spesso trattate termicamente per migliorarne le caratteristiche meccaniche, in particolare la resistenza a trazione e la resistenza a fatica.
- *Leghe di magnesio*: impiegate in contesti ad alte prestazioni per via della loro bassa densità, offrono una notevole riduzione delle masse non sospese. Tuttavia, sono più suscettibili alla corrosione e richiedono specifici trattamenti superficiali protettivi. Il loro utilizzo è limitato da costi elevati e problematiche legate alla sicurezza in fase di lavorazione.
- *Acciai altoresistenziali*: utilizzati prevalentemente per cerchi destinati a veicoli commerciali o del segmento economico, presentano elevata robustezza meccanica ma una densità elevata, che penalizza le prestazioni dinamiche. Vengono prodotti principalmente tramite stampaggio e saldatura.
- *Materiali compositi a matrice polimerica rinforzata con fibra di carbonio*: impiegati in ambiti di ricerca o applicazioni d'élite, offrono eccezionali proprietà meccaniche

specifiche e una significativa riduzione della massa. Tuttavia, presentano costi elevati, complessità produttiva e criticità nella riparazione, che ne limitano la diffusione su scala industriale.

Le più recenti innovazioni tecnologiche si concentrano su rivestimenti avanzati e trattamenti superficiali, come l'anodizzazione dura, i rivestimenti ceramici e le tecnologie *PVD (Physical Vapor Deposition)*, volti a incrementare la resistenza all'usura, migliorare l'estetica e prolungare la vita utile del componente.

2.2 Descrizione del caso studio

In questa sezione si procederà con l'analisi e la descrizione tecnica del modello di cerchione fornito da Nissan, che costituisce il punto di partenza per le successive attività di ottimizzazione morfologica. Tale fase è cruciale per comprendere a fondo lo stato iniziale del componente, sia in termini geometrici sia funzionali, e rappresenta il riferimento fondamentale per valutare in maniera oggettiva gli effetti delle modifiche apportate tramite *mesh morphing*. Solo attraverso una chiara caratterizzazione del modello originale è infatti possibile definire metriche di confronto coerenti e valutare l'efficacia degli interventi di ottimizzazione.

2.2.1 Geometria

Il cerchione oggetto di studio è un componente reale, commissionato per una specifica applicazione automobilistica, e risponde a precise esigenze estetiche, strutturali e funzionali definite dal costruttore. Il modello è stato fornito in formato CAD, già completo nei suoi elementi principali, ma privo di alcune superfici ausiliarie necessarie per l'applicazione dei carichi in sede FEM, come sarà illustrato nei paragrafi successivi. La geometria presenta una struttura a cinque razze e incorpora dettagli caratteristici, come il foro per la valvola di gonfiaggio, le superfici di accoppiamento con il mozzo, e i contorni di bordo che influiscono sull'aerodinamica e sull'aspetto visivo complessivo.

Il modello CAD fornito da Nissan è raffigurato nelle *Figure 2.1 e 2.2*

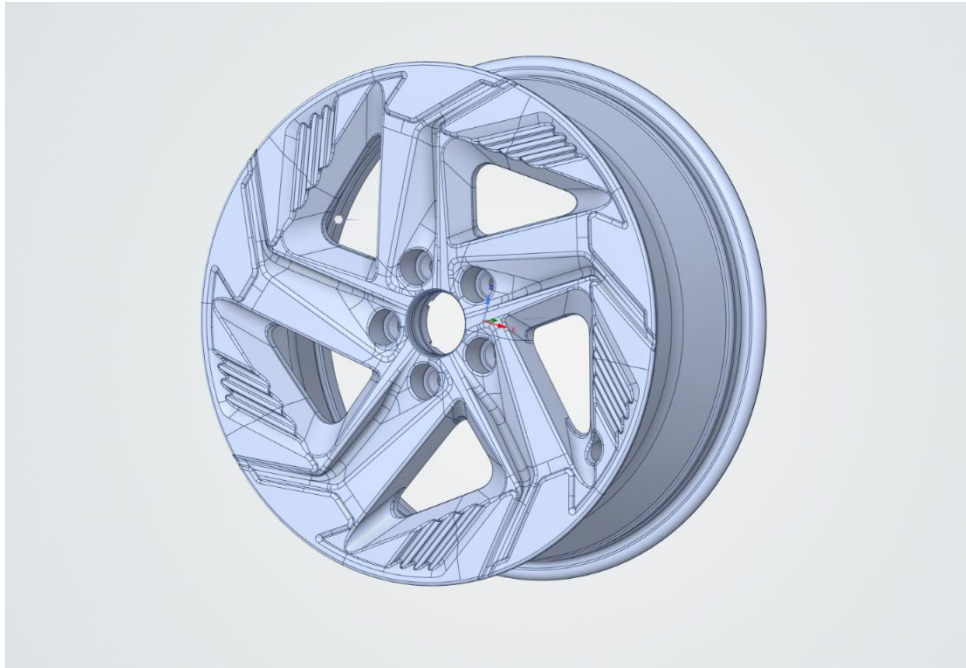


Figura 2.1: Vista frontale CAD



Figura 2.2: Vista posteriore CAD

Nella *Tabella 2.1* sono riportate le caratteristiche principali del modello CAD

Tabella 2.1: Parametri modello baseline

Parametri	Valori
<i>Massa</i>	14,1 kg
<i>Volume</i>	$5,22 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
<i>Diametro</i>	0,50 m

2.2.2 Materiale

Il materiale impiegato per la realizzazione del cerchione oggetto di analisi è una lega di alluminio pressofusa appartenente al sistema Al-Si-Mg, identificata secondo la norma europea EN 1706 con la sigla AlSi7Mg0.3 (designazione numerica: EN AC-42100). Tale lega è ampiamente utilizzata nell'industria automobilistica per componenti strutturali che richiedono una buona combinazione di resistenza meccanica, leggerezza e resistenza alla corrosione.

Dal punto di vista chimico, la lega è composta prevalentemente da alluminio (91–93%), silicio (6.5–7.5%) e magnesio (0.25–0.45%). Il silicio ha la funzione di migliorare la colabilità e la stabilità dimensionale, mentre il magnesio consente l'indurimento per precipitazione tramite trattamento termico, migliorando le proprietà meccaniche del materiale.

Nella *Tabella 2.2* ne sono riportate le proprietà meccaniche.

Tabella 2.2: Parametri caratteristici del materiale

Parametri	Valori
<i>Densità</i>	2700 kg/m^3
<i>Modulo di Young</i>	71 GPa
<i>Modulo di Poisson</i>	0.33
<i>Tensione di Snervamento</i>	190 MPa
<i>Tensione di Rottura</i>	230 MPa

Dal punto di vista fisico e funzionale, la lega *AlSi7Mg0.3* presenta:

- *Elevata colabilità*: fondamentale nei processi di fonderia per garantire la completa replica del profilo del cerchione.
- *Buona resistenza alla corrosione*: grazie al basso tenore di elementi come rame e ferro, che la rende idonea per impieghi in ambienti aggressivi e soggetti ad agenti atmosferici.
- *Ottima lavorabilità meccanica e buona saldabilità*: caratteristiche che facilitano sia le operazioni di finitura sia eventuali riparazioni.

Dal punto di vista dell'applicazione, l'utilizzo di *AlSi7Mg0.3* per cerchioni consente di ottenere un componente con peso ridotto rispetto agli acciai convenzionali, con vantaggi in termini di massa non sospesa, risposta dinamica del veicolo e consumi. Inoltre, la resistenza a fatica della lega, benché inferiore rispetto a quella di leghe forgiabili, è considerata adeguata ad applicazioni sottoposte a cicli di carico moderati, come quelli propri dei cerchioni destinati all'impiego su veicoli di serie.

2.2.3 Prove di carico

Nell'ambito del presente lavoro di tesi è stata condotta un'analisi strutturale virtuale su un cerchione in lega leggera fornito da Nissan. Tale studio si inserisce in un più ampio processo di validazione ingegneristica finalizzato a garantire la sicurezza, l'affidabilità e la durabilità del componente durante l'intero ciclo di vita del veicolo. In particolare, sono state eseguite tre distinte prove di carico, ciascuna progettata per simulare una specifica condizione di esercizio a cui il cerchione può essere sottoposto nell'impiego reale.

È doveroso premettere che, per motivi di riservatezza legati alla natura industriale del progetto, non è possibile descrivere nel dettaglio le modalità di esecuzione, i parametri precisi e i dati specifici delle prove. Tali informazioni sono coperte da accordi di non divulgazione sottoscritti con l'azienda committente. Tuttavia, per completezza espositiva e ai fini di una comprensione generale del lavoro svolto, si propone una descrizione delle tipologie di prova effettuate e delle finalità tecniche associate, accompagnate dalle rappresentazioni dei sistemi di carico e di vincolo.

Prova d'impatto

La prima prova ha riguardato la risposta del cerchione a un evento d'impatto localizzato. Tale condizione si verifica comunemente durante la marcia del veicolo su superfici urbane, in presenza di ostacoli come marciapiedi, buche o dossi artificiali, che possono generare carichi impulsivi particolarmente elevati concentrati su porzioni limitate del cerchione. La simulazione, eseguita in ambiente FEM, ha permesso di riprodurre l'interazione tra il cerchione e una massa rigida che impatta a una determinata velocità e angolazione.

L'analisi ha consentito di individuare le aree maggiormente sollecitate, caratterizzate da elevate concentrazioni di tensione, e di valutare il comportamento del materiale nel dominio non lineare, considerando possibili fenomeni di plasticizzazione o innesco di danneggiamento. Questa prova rappresenta un passaggio cruciale nella validazione strutturale del componente, poiché un cedimento in seguito a un urto potrebbe compromettere gravemente la sicurezza del veicolo.

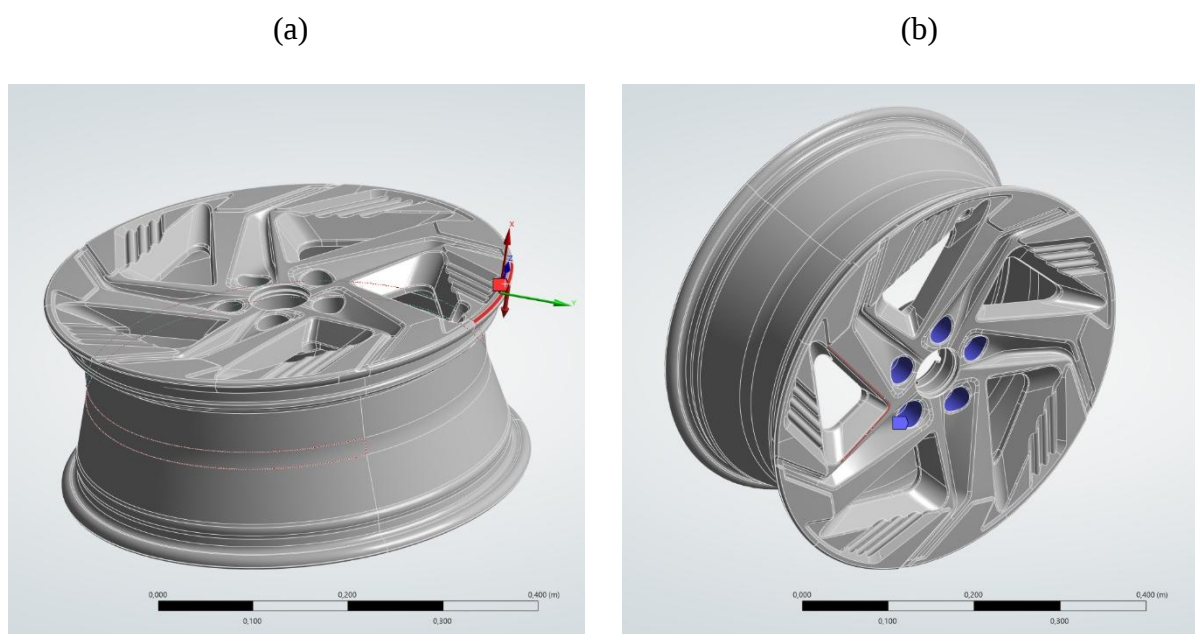


Figura 2.3: (a) Condizioni di carico Prova d'impatto; (b) Condizioni di vincolo Prova d'impatto

Prova a Flessione

Questa prova è volta a testare la resistenza del cerchione alla sollecitazione del momento torcente, che si verifica principalmente durante la guida in curva. Quando il veicolo affronta una curva, il cerchione è soggetto a forze laterali che agiscono sul materiale, generando un

momento torcente. Questo test è essenziale per valutare la capacità del cerchione di mantenere la sua integrità strutturale sotto carichi laterali, che sono comuni durante le manovre di guida.

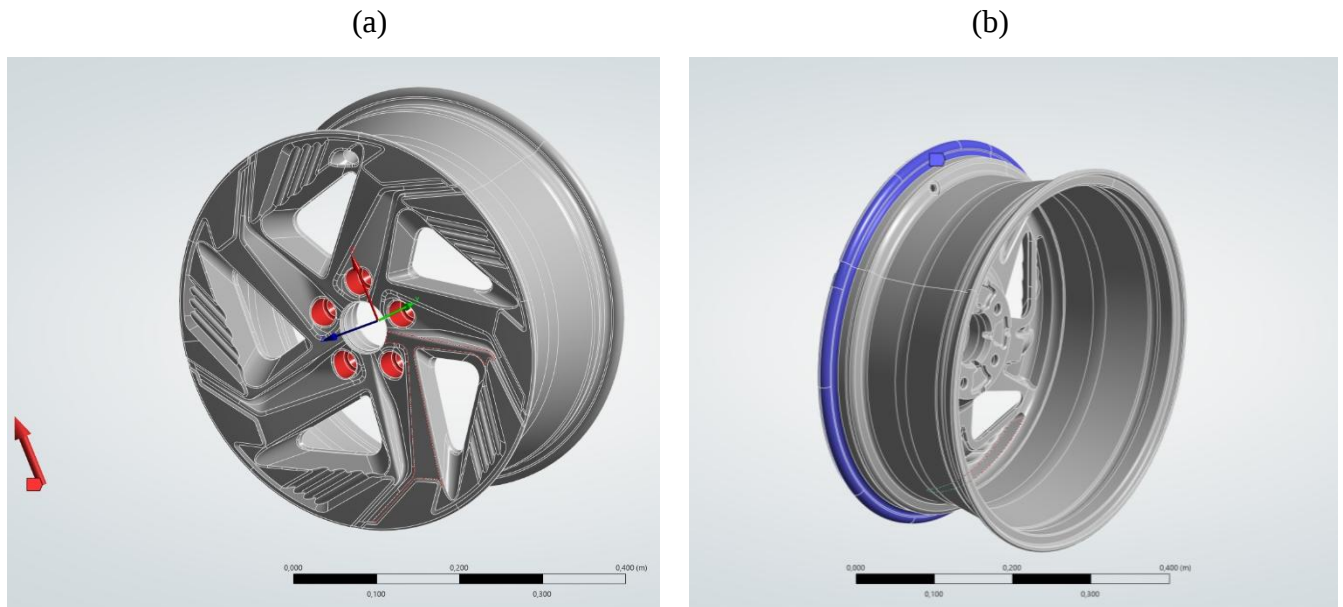


Figura 2.4: (a) Condizioni di carico Prova a flessione; (b) Condizioni di vincolo Prova a flessione

Prova di Durabilità al Carico Verticale

La terza prova ha previsto la simulazione di un carico verticale, nella direzione radiale, volto a rappresentare le condizioni operative tipiche del rotolamento del veicolo su strada. Durante la marcia, ogni ruota è soggetta a forze verticali derivanti sia dal peso statico del veicolo sia da effetti dinamici dovuti a irregolarità del manto stradale, frenate, accelerazioni e manovre. Questo tipo di sollecitazione può risultare particolarmente gravoso per il cerchione, soprattutto in termini di durabilità strutturale.

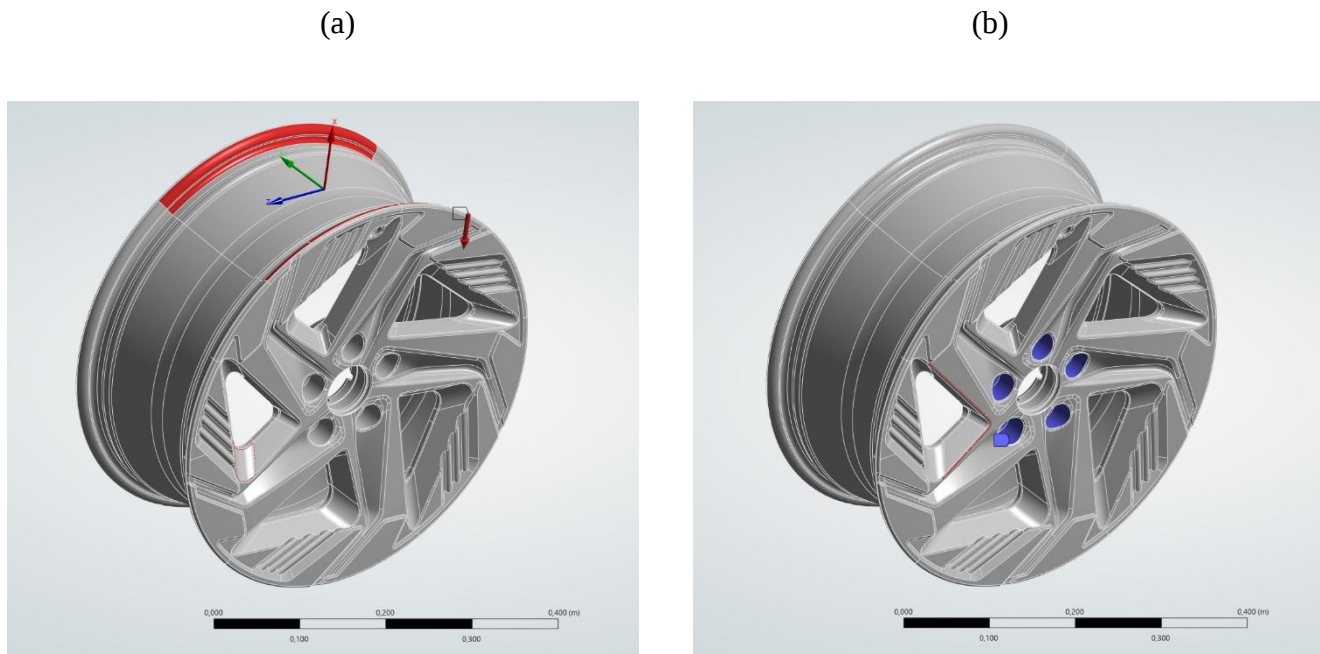


Figura 2.5: (a) Condizioni di carico Prova di Durabilità al Carico Verticale;

(b) Condizioni di vincolo Prova di Durabilità al Carico Verticale

Le tre prove sopra descritte costituiscono dei test interni sviluppati e utilizzati da Nissan come parte del proprio processo di validazione virtuale dei componenti ruota. Sebbene non possano essere divulgati nel dettaglio, tali test rappresentano uno standard consolidato all'interno della casa costruttrice per la verifica della resistenza strutturale dei cerchioni. Tutte e tre le simulazioni sono state eseguite in modo da ottenere una visione completa del comportamento del cerchione in diverse condizioni di carico. L'obiettivo finale del presente lavoro consiste nell'individuare, tra le tre condizioni simulate, quella che risulta essere la più gravosa in termini di sollecitazioni indotte. Tale configurazione verrà successivamente utilizzata come base per l'ottimizzazione strutturale del componente, al fine di migliorarne il comportamento meccanico, ridurre il peso complessivo e garantire la conformità ai requisiti di sicurezza e durabilità richiesti.

2.2.4 Vincoli di progetto

In qualunque processo di ottimizzazione ingegneristica, la definizione accurata dei vincoli di progetto rappresenta un passaggio fondamentale per garantire che le soluzioni ottenute siano non solo teoricamente ottimali, ma anche fisicamente realizzabili e compatibili con i requisiti funzionali, geometrici e tecnologici del componente. Nel caso specifico dell'ottimizzazione strutturale del cerchione oggetto di studio, sono stati identificati e applicati due vincoli principali: uno legato alla qualità della *mesh* utilizzata per l'analisi FEM e l'altro relativo agli spessori minimi ammissibili nelle zone critiche della geometria.

Il primo vincolo riguarda la generazione della *mesh* utilizzata per l'analisi agli elementi finiti. È stato fissato un *element size* minimo pari a 12 mm, al di sotto del quale la *mesh* viene considerata sufficientemente fine per garantire risultati affidabili. Questo valore è stato scelto per evitare l'impiego di elementi eccessivamente grandi, che potrebbero compromettere la risoluzione spaziale del campo tensionale, soprattutto in corrispondenza di discontinuità geometriche o zone ad alto gradiente di sollecitazione. In particolare, l'uso di un *element size* superiore a 12 mm in prossimità degli hotspot individuati comporterebbe una sottostima delle tensioni massime e una possibile errata interpretazione del comportamento meccanico locale. Pertanto, la soglia di 12 mm rappresenta un limite inferiore alla dimensione degli elementi al fine di mantenere un livello di dettaglio sufficiente nell'analisi numerica.

Il secondo vincolo è di natura geometrico-strutturale e riguarda la preservazione di uno spessore minimo nelle zone più sollecitate, in particolare nelle razze del cerchione e nelle aree critiche soggette a flessione e trazione. Durante il processo di ottimizzazione, è stato imposto che gli spessori locali non potessero scendere al di sotto di 3,5 mm, per garantire un margine di sicurezza meccanico e tecnologico. Valori inferiori a tale soglia avrebbero potuto compromettere la rigidezza della struttura, aumentarne la sensibilità a fenomeni di fatica e instabilità locale, o addirittura renderla non producibile con tecnologie convenzionali, come la fusione in lega leggera o la lavorazione per asportazione di truciolo.

L'introduzione di questi vincoli ha permesso di mantenere le configurazioni ottimizzate all'interno di un dominio ammissibile, evitando soluzioni numericamente corrette ma fisicamente non realizzabili. In particolare, le tecniche di mesh morphing e l'applicazione del metodo BGM sono state implementate rispettando tali limiti, garantendo che le modifiche geometriche fossero compatibili con i requisiti di progettazione e produzione del componente.

2.3 Preparazione del modello CAD

Prima di procedere con l'analisi agli elementi finiti del modello, si è reso necessario apportare alcune modifiche al modello CAD originario, fornito da Nissan. Queste operazioni preliminari si sono rese indispensabili per adattare la geometria alle esigenze specifiche dell'analisi strutturale e garantire un'adeguata qualità della *mesh* generata in fase di discretizzazione. Per l'elaborazione del modello è stato utilizzato il software *Ansys Discovery*, introdotto nel capitolo precedente, scelto per le sue funzionalità avanzate nella manipolazione diretta delle geometrie e nella preparazione rapida dei modelli per simulazioni numeriche.

Gli obiettivi principali di questa fase di modifica sono stati due. Il primo è consistito nella creazione delle superfici necessarie all'applicazione dei carichi meccanici, in particolare per una specifica condizione di prova strutturale, identificata come “*Prova di Durabilità al Carico Verticale*”. Questa prova prevede l'applicazione del carico su una porzione limitata e definita della superficie circonferenziale del cerchione. Nella geometria originale fornita dal costruttore, tale area non risultava modellata in modo esplicito, rendendo necessaria un'integrazione manuale del modello CAD per consentire una corretta definizione della superficie di contatto richiesta dalla simulazione.

A tal fine, la geometria è stata importata all'interno di *Discovery*, dove sono stati creati due piani di riferimento inclinati tra loro dell'angolo desiderato. La scelta della posizione angolare non è stata vincolata da specifiche normative o prescrizioni tecniche; pertanto, si è optato per selezionare il settore comprendente il foro destinato alla valvola di gonfiaggio dello pneumatico. Questa area è stata ritenuta significativa dal punto di vista strutturale, in quanto caratterizzata da una minore presenza di materiale e maggiori discontinuità e, quindi, potenzialmente più soggetta a concentrazioni di tensione. Le superfici sono state generate sfruttando le intersezioni tra i piani creati e la superficie esterna del cerchione, mediante gli strumenti di modellazione solida messi a disposizione da *Discovery*.

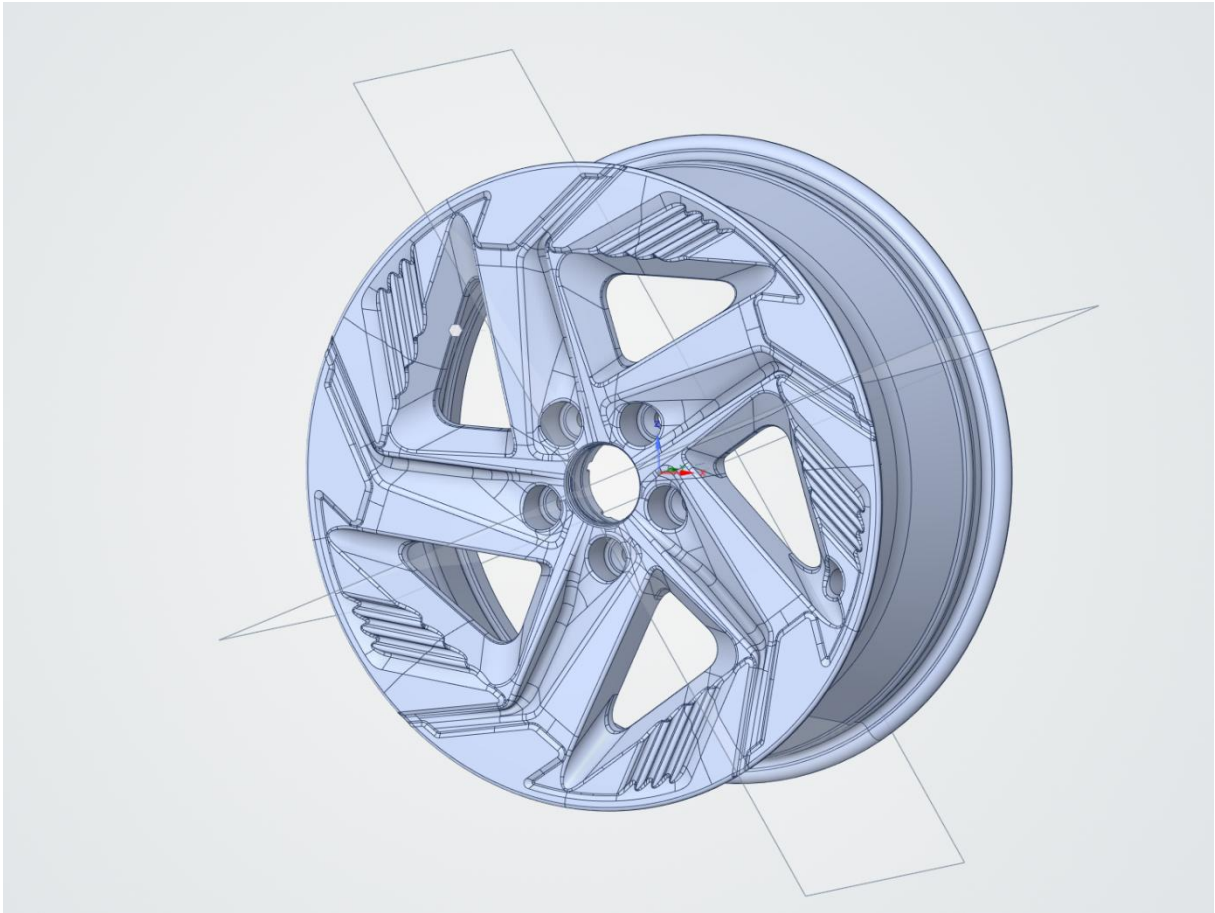


Figura 2.6: Preparazione del modello CAD

Il secondo obiettivo ha riguardato il miglioramento della qualità geometrica del modello, con l'intento di ottenere una *mesh* più regolare e priva di elementi distorti o degenerati. Questo è un passaggio fondamentale per garantire l'accuratezza e la stabilità dei risultati ottenuti nell'analisi FEM. Per il raggiungimento di tale scopo, sono stati impiegati diversi strumenti automatici forniti da *Discovery*, tra cui operazioni di semplificazione delle geometrie complesse, eliminazione di piccoli dettagli non rilevanti ai fini strutturali, chiusura di superfici non perfettamente sigillate e riconoscimento automatico delle feature critiche. Tali interventi hanno consentito di ottenere un modello più pulito e ottimizzato per la successiva discretizzazione agli elementi finiti.

Gli strumenti utilizzati in Discovery sono i seguenti:

- *Extra Edges*: rileva e rimuovi i bordi che non sono necessari per definire la forma del modello.
- *Small Faces*: rileva e rimuove piccole facce dal modello
- *Inexact Edges*: rileva e corregge i bordi che non si trovano esattamente all'intersezione di due facce.
- *Curve Gaps*: rileva e corregge gli spazi tra le curve.
- *Duplicate Curves*: rileva e rimuove curve doppie.
- *Check Geometry*: controlla la geometria e rileva, se presenti, le zone che possono creare problemi durante la generazione della *mesh*.

CAPITOLO 3

ANALISI STRUTTURALE

3.1 Mesh

Come accennato in precedenza, la funzione principale della *mesh* è quella di suddividere il dominio continuo in un insieme di celle discrete, consentendo così la risoluzione numerica delle equazioni ai nodi. Una *mesh* di qualità deve rispondere a tre requisiti fondamentali: efficienza, accuratezza e qualità geometrica.

Per garantire efficienza e precisione nella simulazione, è necessario aumentare la densità della *mesh* nelle regioni in cui la soluzione presenta forti variazioni o in prossimità di dettagli geometrici complessi. La qualità degli elementi, invece, è determinata dalla loro conformità alla forma ideale, in quanto elementi distorti o irregolari possono compromettere l'accuratezza e la stabilità numerica dell'analisi.

La generazione della *mesh* rappresenta una delle fasi più delicate e complesse dell'intero processo di modellazione con il metodo degli elementi finiti, poiché coinvolge numerosi parametri che devono essere selezionati e regolati con attenzione in funzione del problema da analizzare.

È quindi utile conoscere i principali approcci alla generazione della *mesh*, messi a disposizione da *Ansys*, che variano in base al tipo di elementi utilizzati e alla natura del dominio da discretizzare.

- *Tetrahedrons*: impiega esclusivamente elementi tetraedrici.
- *Sweep*: utilizza prismi ed esaedri.
- *Multizone*: cerca di creare automaticamente una *mesh* completamente esaedrica dove possibile, ricorrendo a una *mesh* non strutturata nelle aree più complesse.
- *Hex dominant*: impiega una combinazione di esaedri, prismi, piramidi e tetraedri, con l'obiettivo di massimizzare il numero e il volume degli elementi esaedrici.
- *Patch Conforming Tetrahedrons*: il processo parte dai bordi e dalle superfici,

rispettandone le caratteristiche geometriche, e prosegue fino a riempire tutto il volume.

- *Automatic*: combina le tecniche Sweep e Patch Conforming Tetrahedrons oppure utilizza solamente quest'ultimo metodo.

La scelta del metodo di generazione della *mesh* dipende da diversi fattori, tra cui la complessità geometrica del modello da discretizzare. Nel caso di geometrie complesse, è spesso preferibile adottare un metodo basato su elementi tetraedrici, poiché consente di rappresentare con maggiore precisione anche i dettagli più piccoli rispetto a un approccio *Hex dominant*, che risulta più efficace su geometrie semplici e regolari. Nonostante ciò, quando possibile, è sempre preferibile adottare una *mesh* mappata (*Hex dominant*) poiché si riesce a raggiungere un grado di accuratezza pari ad un metodo *Tetrahedrons*, ma con molti meno elementi.

L'utilizzo della modalità *Automatic* offerta dal software consente comunque di ottenere una *mesh* iniziale di base, generata in modo rapido e affidabile. Tale *mesh* può successivamente essere ottimizzato o modificato dall'utente mediante l'applicazione di specifici controlli e criteri di qualità.

3.1.1 Generazione della mesh

Nel caso di studio analizzato è stato adottato il *Patch Conforming Tetrahedrons Method*, al quale sono stati applicati specifici controlli globali con l'obiettivo di migliorare la qualità complessiva della *mesh*. Inoltre, sono stati introdotti controlli locali nelle aree in cui si rendeva necessaria una discretizzazione più fitta, al fine di catturare in modo accurato le variazioni geometriche più minute.

Nella *Figura 3.1* sono mostrati i principali controlli globali disponibili all'interno di *Ansys Mechanical*, segue una descrizione dettagliata delle loro funzionalità e del loro impatto sulla generazione della *mesh*.

.

- *Element Size*: definisce la dimensione media degli elementi della *mesh*;
- *Use Adaptive Sizing*: adatta automaticamente la dimensione della *mesh* alle variazioni geometriche;
- *Growth Rate*: controlla quanto velocemente cambia la dimensione degli elementi tra

zone diverse;

- *Max Size*: imposta la dimensione massima consentita degli elementi nella *mesh*;
- *Mesh Defeaturing*: semplifica automaticamente piccoli dettagli geometrici irrilevanti per la simulazione;
- *Capture Curvature*: raffina la *mesh* nelle zone curve per seguire meglio la forma;
- *Capture Proximity*: raffina la *mesh* dove le entità geometriche sono molto vicine tra loro.

Details of "Mesh"	
[-] Display	
Display Style	Use Geometry Setting
[-] Defaults	
Physics Preference	Mechanical
Element Order	Program Controlled
☐ Element Size	Default (0, m)
[-] Sizing	
Use Adaptive Sizing	No
☐ Growth Rate	Default (1,85)
Mesh Defeaturing	Yes
☐ Defeature Size	Default (0, m)
Capture Curvature	No
Capture Proximity	No
Bounding Box Diagonal	0, m
Average Surface Area	0, m ²
Minimum Edge Length	0, m
[+] Quality	
[+] Inflation	
[+] Advanced	
[-] Automatic Methods	
Sheet Body Method	Quad Dominant
Sweepable Body Method	Sweep
[+] Statistics	

Figura 3.1: Controlli globali di Ansys Mechanical

3.1.2 Analisi di convergenza della mesh

Per garantire un'analisi numerica efficace, è stato necessario realizzare una *mesh* sufficientemente accurata, ma con un numero contenuto di elementi. La qualità della *mesh* è cruciale per la precisione dei risultati: infatti, un incremento nel numero di elementi migliora la risoluzione della simulazione, ma comporta anche un aumento significativo dei tempi di calcolo e dell'utilizzo della memoria RAM necessaria per la gestione dei dati.

Nel contesto di simulazioni numeriche, è fondamentale trovare un giusto compromesso tra la precisione della soluzione e l'efficienza computazionale. A tal fine, è stata condotta un'analisi di convergenza della *mesh*, una pratica standard per valutare come la precisione della simulazione dipenda dalla dimensione degli elementi della *mesh*. L'obiettivo di questa analisi è determinare la mesh minima, in termini di numero di elementi e dimensione degli stessi, che consenta di ottenere risultati accurati senza sacrificare eccessivamente le risorse computazionali.

La convergenza di una *mesh* si riferisce al comportamento della soluzione numerica al variare delle dimensioni degli elementi. In altre parole, si cerca di determinare la dimensione ottimale degli elementi per la *mesh*, tale che, riducendo ulteriormente le dimensioni degli elementi, non si registri un cambiamento significativo nei risultati, come le tensioni massime o le deformazioni. Un buon criterio di convergenza si ottiene quando l'ulteriore riduzione della dimensione degli elementi non porta a variazioni rilevanti nei risultati, a indicare che la soluzione ha raggiunto un livello di stabilità.

In pratica, l'analisi di convergenza è realizzata eseguendo la simulazione per diverse dimensioni degli elementi della *mesh* e osservando come le grandezze fisiche di interesse, come le tensioni e le deformazioni, cambiano con il rafforzarsi della discretizzazione. Quando la variazione dei risultati diventa trascurabile al diminuire della dimensione degli elementi, si può concludere che la *mesh* è convergente.

Per ottimizzare ulteriormente la simulazione, è stato adottato un *sizing* locale nell'area dell'hotspot, cioè il punto in cui si registrano le massime sollecitazioni. Questo approccio consente di concentrarsi sulla regione critica del modello, migliorando la precisione in corrispondenza delle sollecitazioni maggiori, senza appesantire inutilmente il resto della *mesh*. In questa zona, la dimensione degli elementi è stata ridotta per garantire una risoluzione

adeguata del fenomeno, mentre nelle aree meno critiche è stato possibile utilizzare elementi più grandi, con una conseguente riduzione dei tempi di calcolo.

L'analisi di convergenza della *mesh* ha permesso di ottenere un buon compromesso tra precisione dei risultati e tempi di calcolo. La scelta finale della *mesh* è stata guidata dal principio che, al diminuire della dimensione degli elementi, le variazioni delle tensioni massime si sono stabilizzate, indicando che ulteriori rifiniture della *mesh* non avrebbero portato a miglioramenti significativi. Questo ha garantito una soluzione accurata in tempi computazionalmente efficienti.

L'analisi è stata condotta sfruttando la funzionalità di analisi parametrica integrata in Ansys Workbench, impostando come parametro di input l'*Element Size* e come output la *Maximum Stress*. Nella *Figura 3.2* è mostrata l'impostazione dell'analisi parametrica, in cui l'*Element Size* è stato fatto variare in un intervallo compreso tra 0,005 m e 0,00025 m.

Table of Design Points							
	A	B	C	D	E	F	G
1	Name	P5 - hotspot-refinement Element Size	P4 - Equivalent Stress Maximum	P6 - Mesh Nodes	☒ Retain	Retained Data	Note
2	Units	m	Pa				
3	DP 0 (Current)	0,005	7,606E+07	1,0384E+06	☒	✓	
4	DP 1	0,0045	7,6423E+07	1,0386E+06	☒	✓	
5	DP 2	0,004	7,8842E+07	1,0393E+06	☒	✓	
6	DP 3	0,0035	7,7098E+07	1,0401E+06	☒	✓	
7	DP 4	0,003	7,8279E+07	1,0401E+06	☒	✓	
8	DP 5	0,0025	7,9756E+07	1,041E+06	☒	✓	
9	DP 6	0,002	8,0587E+07	1,0425E+06	☒	✓	
10	DP 7	0,0015	8,1244E+07	1,0473E+06	☒	✓	
11	DP 8	0,001	8,1327E+07	1,0559E+06	☒	✓	
12	DP 9	0,0005	8,1648E+07	1,0966E+06	☒	✓	
13	DP 10	0,00025	8,1695E+07	1,2338E+06	☒	✓	
*					☐		

Figura 3.2: Analisi parametrica Ansys Workbench.

Successivamente, si è tracciato il grafico dell'andamento delle tensioni massime in funzione della dimensione degli elementi, come riportato nella *Figura 3.3*.

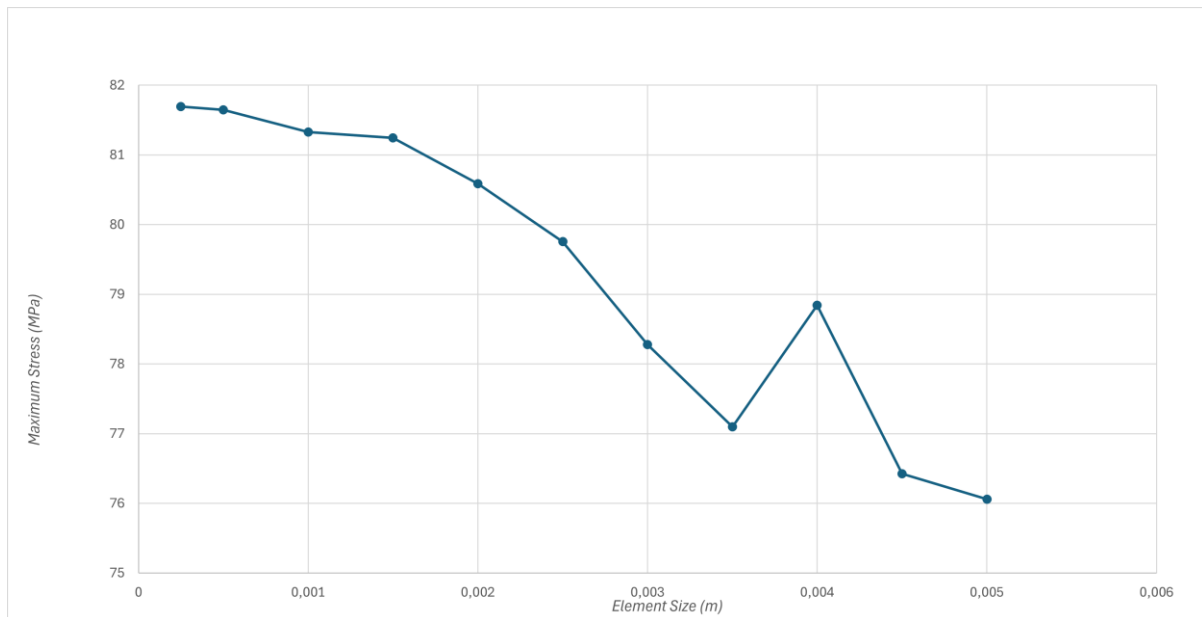


Figura 3.3: Andamento analisi di convergenza

Per garantire l'affidabilità dei risultati ottenuti, si è proceduto con una analisi dell'errore relativa ai dati ottenuti. In questo contesto, è stato scelto un punto di riferimento, corrispondente alla soluzione con la maggiore precisione disponibile, che è stato assunto come il valore di errore zero. Questo punto rappresenta il livello di accuratezza massimo raggiungibile nella simulazione numerica e funge da *baseline* per la valutazione della qualità delle soluzioni ottenute con diverse configurazioni della *mesh*.

L'analisi dell'errore è stata realizzata confrontando i risultati delle simulazioni ottenute con mesh di diversa granularità rispetto alla soluzione "di riferimento". In questo modo, è stato possibile quantificare la variazione dell'errore in relazione alla dimensione degli elementi della *mesh* e alla complessità della discretizzazione. Il criterio utilizzato per identificare la convergenza della soluzione è stato basato sulla stabilità della grandezza fisica di interesse, le tensioni, man mano che la *mesh* veniva raffinata.

L'assunzione che il punto di massima precisione sia il punto di errore zero è una scelta comune in molte simulazioni numeriche, poiché consente di normalizzare gli errori relativi e di comprendere meglio l'effetto delle modifiche nella discretizzazione. In altre parole, questo approccio permette di isolare e analizzare l'errore introdotto dal processo di discretizzazione e di monitorare come la precisione della soluzione si evolve al variare della *mesh*.

Tabella 3.1: Valori analisi di convergenza della mesh.

Configurazione	Local Element Size (m)	Nodes	Maximun Stress (MPa)	Error (%)
1	0,00025	1.233.802	81,69	0
2	0,0005	1.096.634	81,65	0,058
3	0,001	1.055.855	81,33	0,45
4	0,0015	1.047.262	81,24	0,55
5	0,002	1.042.524	80,59	1,36
6	0,0025	1.041.019	79,75	2,37
7	0,003	1.040.122	78,28	4,19
8	0,0035	1.040.064	77,10	5,63
9	0,004	1.039.284	78,84	3,50
10	0,0045	1.038.622	76,42	6,45
11	0,005	1.038.437	76,06	6,90

Sulla base di questa analisi è stato possibile definire una configurazione definitiva della *mesh*, caratterizzata da un numero di nodi contenuto, ma in grado di garantire un'elevata accuratezza dei risultati. Di seguito vengono presentati i dettagli della *mesh* generata.

Parametri Globali

- *Element size*: 0,005 m;
- *Element order*: Quadratic;
- *Growth Rate*: 1.7;
- *Max Size*: 0,005 m;
- *Defeature Size*: 0,002 m;
- *Capture Curvature*: No;
- *Capture Proximity*: No.

Nella *Figura 3.4* sono riportati i parametri globali definiti all'interno dell'interfaccia di Ansys.

Details of "Mesh" ▼ 🔍 □ ×	
☒ Display	
Display Style	Use Geometry Setting
☒ Defaults	
Physics Preference	Mechanical
Element Order	Quadratic
☐ Element Size	5,e-003 m
☒ Sizing	
Use Adaptive Sizing	No
☐ Growth Rate	1,7
☐ Max Size	5,e-003 m
Mesh Defeaturing	Yes
☐ Defeature Size	2,e-003 m
Capture Curvature	No
Capture Proximity	No
Bounding Box Diagonal	0,73609 m
Average Surface Area	1,114e-003 m ²
Minimum Edge Length	1,2279e-006 m
☒ Quality	
☒ Inflation	
☒ Advanced	
☒ Automatic Methods	
Sheet Body Method	Quad Dominant
Sweepable Body Method	Sweep
☒ Statistics	
☐ Nodes	1055531
☐ Elements	688424
Show Detailed Statistics	No

Figura 3.4: Parametri globali mesh

La configurazione scelta è stata la numero tre poiché garantisce un'elevata accuratezza del risultato con un numero contenuto di nodi, si riportano di seguito i dettagli

Hotspot Sizing

- *Element size: 1 mm;*
- *Defeature Size: 0,025 mm (Default value);*
- *Capture Curvature: Yes;*
- *Curvature Normal Angle: 70,395° (Default value);*
- *Local Min Size: 0,05 mm (Default value);*
- *Capture Proximity: No.*

In *Figura 3.5* sono illustrati i parametri specifici relativi al *sizing* dell'hotspot, sempre nell'interfaccia di Ansys.

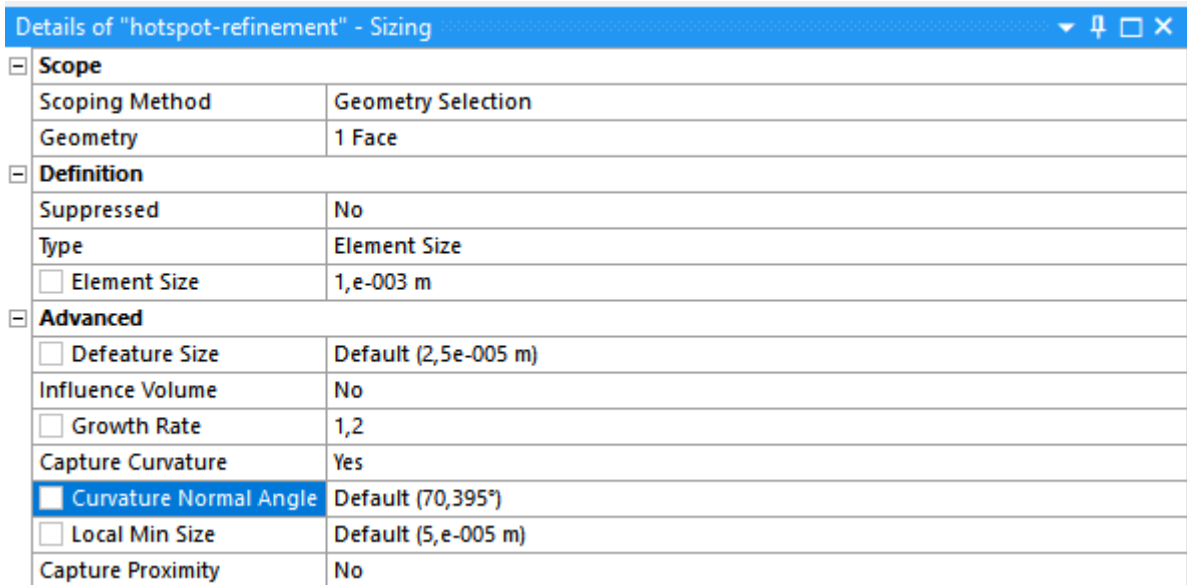


Figura 3.5: Parametri locali mesh

È importante specificare che il *sizing* locale è stato applicato esclusivamente su una delle cinque zone critiche individuate, e non su tutte. Tuttavia, questa scelta non compromette l'affidabilità e l'accuratezza dell'analisi, in quanto, grazie alla ciclicità geometrica del cerchione, tutte le considerazioni e i risultati ottenuti saranno pienamente trasferibili anche agli altri quattro hotspot.

Di seguito si riporta la *Tabella 3.2*, la quale riporta le caratteristiche principali e l'errore commesso nella configurazione scelta

Tabella 3.2: Parametri della configurazione scelta

<i>Local Element Size (m)</i>	<i>Nodes</i>	<i>Maximun Stress (MPa)</i>	<i>Error (%)</i>
0,001	1.056.102	81,24	0,55

La *mesh* ottenuta, consente di eseguire numerose analisi sia di tipo strutturale sia di morphing in tempi relativamente contenuti, mantenendo al contempo una buona accuratezza nella rappresentazione dei fenomeni fisici.



Figura 3.6: Mesh vista frontale



Figura 3.7: Mesh vista posteriore



Figura 3.8: Mesh vista posteriore dettagliata

3.1.3 Indici di qualità della mesh

Per verificare che la *mesh* generata rispetti gli standard di qualità richiesti, sono stati utilizzati specifici indici di qualità. Questi indici permettono di valutare l'adeguatezza della discretizzazione e di identificare eventuali criticità che potrebbero compromettere l'accuratezza o la stabilità delle simulazioni numeriche. Una *mesh* di alta qualità consente infatti di ottenere risultati più affidabili e tempi di calcolo più contenuti.

Tra i principali indici di qualità considerati si annoverano:

- *Element Quality*: rappresenta una misura generale della qualità degli elementi della *mesh*, combinando vari parametri geometrici come angoli, rapporti tra lati e proporzioni. Valori elevati indicano elementi ben proporzionati e quindi più adatti a fornire risultati accurati.
- *Jacobiano*: misura la deformazione geometrica degli elementi durante la trasformazione dall'elemento ideale a quello reale. Un valore di jacobiano vicino a 1 indica un elemento ben modellato, mentre valori bassi possono segnalare elementi distorti che potrebbero compromettere l'affidabilità dell'analisi.
- *Skewness*: indica quanto un elemento si discosta dalla sua forma ideale (quadrato per i quadrilateri, equilatero per i triangoli). *Skewness* bassi indicano una *mesh* di qualità migliore, mentre valori elevati possono introdurre errori numerici significativi nella soluzione.

Attraverso il controllo di questi parametri, è stato possibile assicurare che la *mesh* utilizzata per le simulazioni fosse sufficientemente accurata e conforme agli standard di qualità richiesti per il corretto svolgimento delle analisi.

Nella *Tabella 3.3* vengono riportati i valori degli indici di qualità della *mesh* ottenuta.

Tabella 3.3: Indici di qualità della mesh

<i>Parametri</i>	<i>Valori Medi</i>
<i>Element Quality</i>	0,82869
<i>Jacobiano</i>	0,98503
<i>Skewness</i>	0,23816

3.2 Analisi e risultati

L'analisi è stata suddivisa in tre blocchi distinti, ciascuno dei quali corrispondente a una diversa prova sperimentale.

Per ognuna delle tre prove, le regioni di applicazione dei carichi e i vincoli risultano differenti. Di conseguenza, all'interno di ciascun blocco è stato definito un set specifico di condizioni di carico e di vincolo. Si ricorda che per via degli accordi di riservatezza siglati non è possibile mostrare le condizioni di carico e di vincolo.

Per la valutazione dei risultati ottenuti dalle simulazioni è stato adottato il criterio di Von Mises.

Questo criterio, ampiamente utilizzato nell'analisi strutturale dei materiali duttili, si basa sull'ipotesi che la deformazione plastica inizi quando l'energia di distorsione interna raggiunge un valore critico. Il criterio combina le componenti principali dello stato di tensione in un unico valore scalare, denominato tensione equivalente di Von Mises, che può essere confrontato direttamente con il valore di riferimento per il caso considerato, che nello studio in causa corrisponde al limite di snervamento del materiale.

In particolare:

- Se la tensione equivalente di Von Mises è inferiore al limite di snervamento del materiale, il comportamento resta elastico.
- Se la tensione equivalente raggiunge o supera il limite di snervamento, si prevede l'inizio della plastificazione.

La tensione equivalente di Von Mises, σ_{VM} , è espressa dalla seguente formula:

$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (3.1)$$

dove:

- $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ sono i valori delle tensioni principali.

In alternativa, nel caso di uno stato di tensione generico in tre dimensioni, la tensione di Von Mises può essere calcolata a partire dai componenti tensionali come:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}{2}} \quad (3.2)$$

dove:

- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ sono le tensioni normali nelle tre direzioni di un sistema di riferimento non principale di tensione.
- $\tau_{xy}, \tau_{zx}, \tau_{yz}$ sono le componenti di tensione di taglio.

Questo approccio consente una valutazione efficace e conservativa della resistenza del componente anche in presenza di stati complessi di sollecitazione tridimensionale.

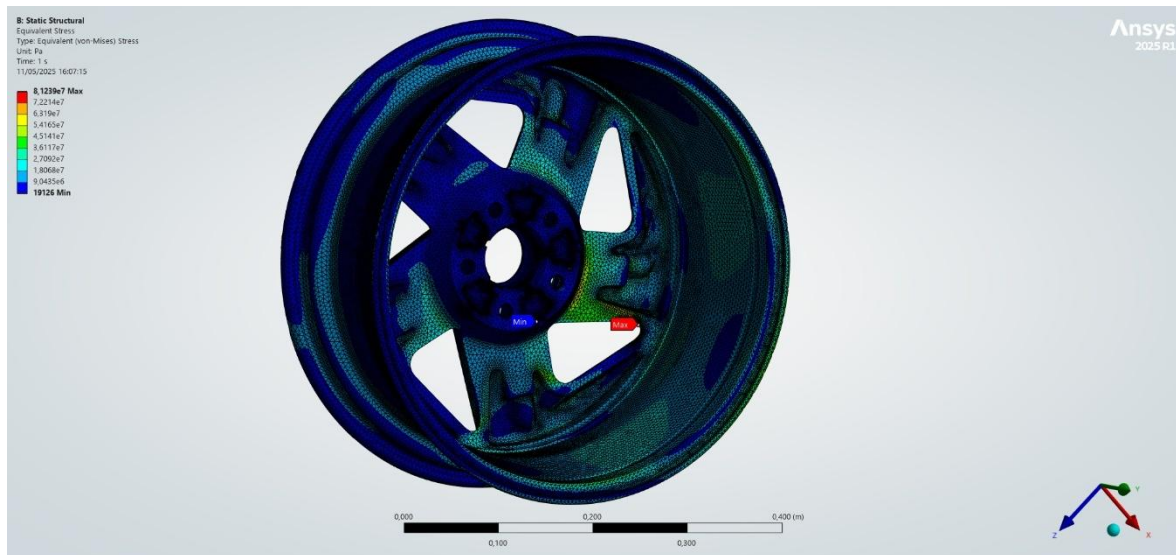


Figura 3.9: Distribuzione delle tensioni, "Prova di durabilità al carico verticale"

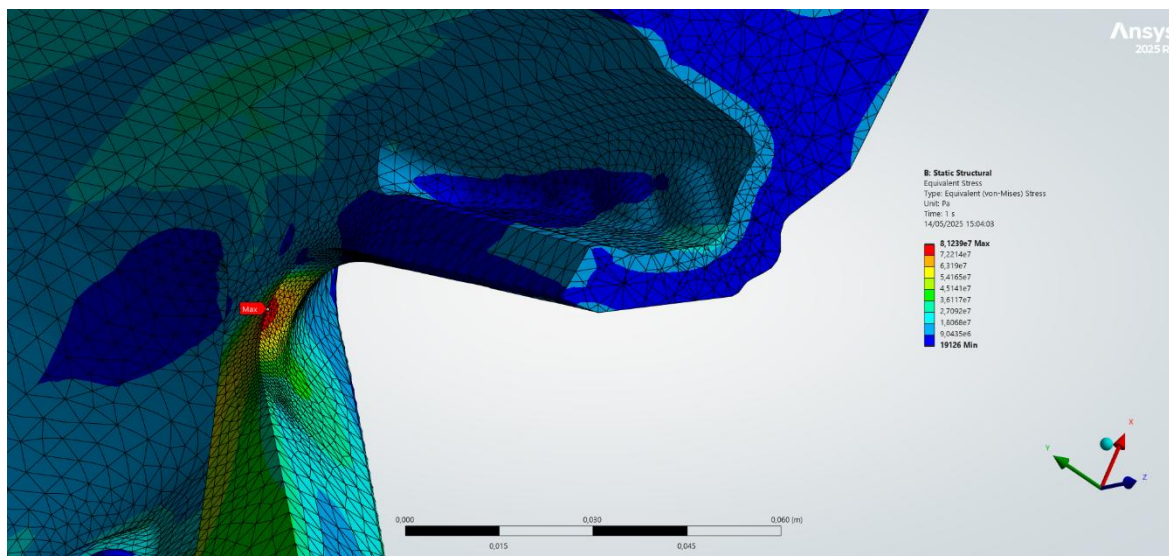


Figura 3.10: Distribuzione delle tensioni hotspot, "Prova di durabilità al carico verticale"

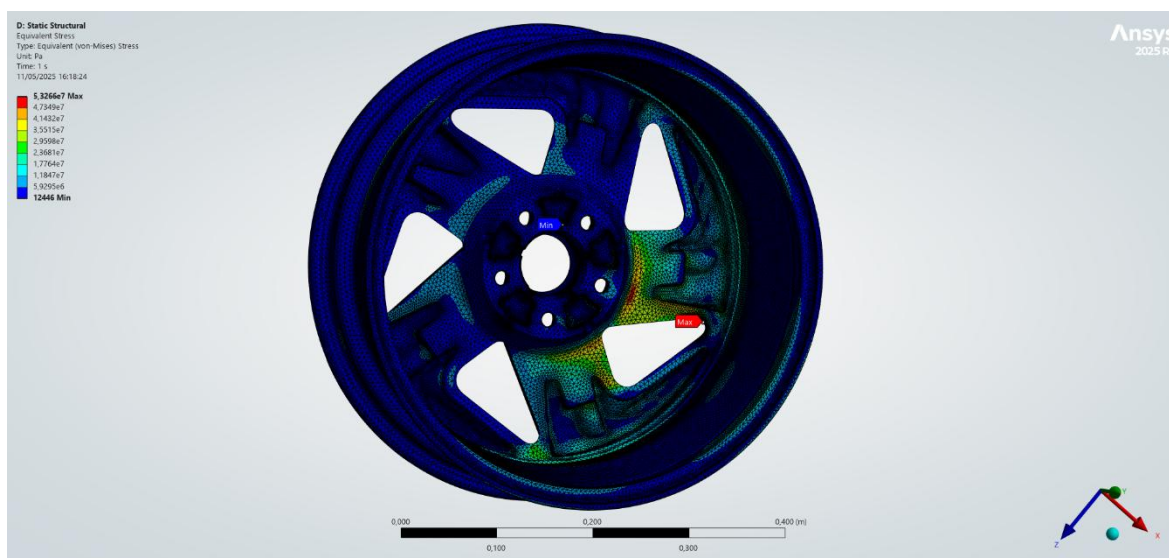


Figura 3.11: Distribuzione delle tensioni, "Prova di impatto"

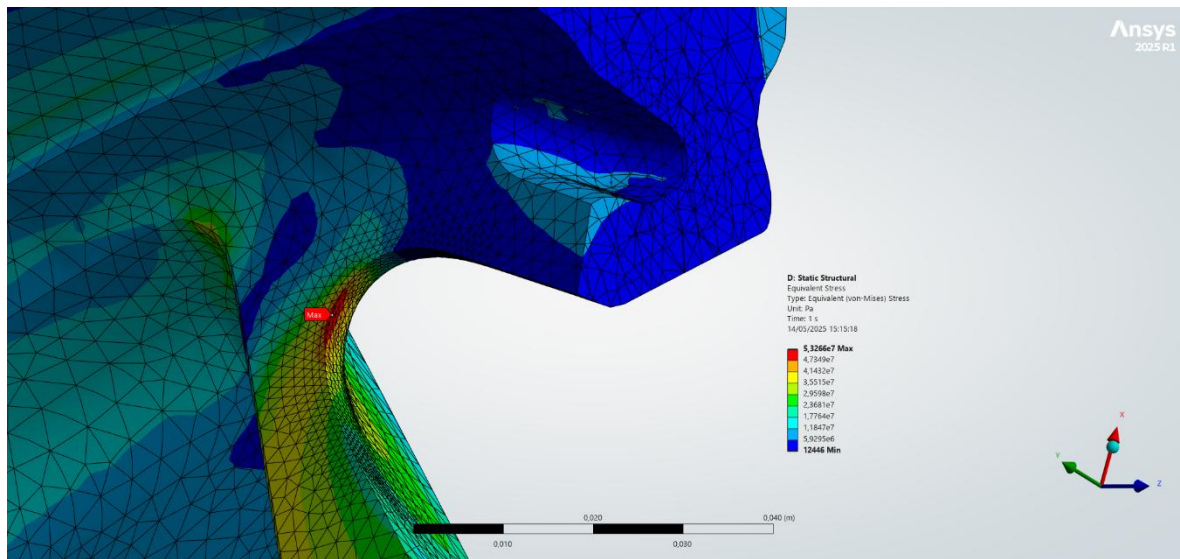


Figura 3.12: Distribuzione delle tensioni hotspot, "Prova di impatto"

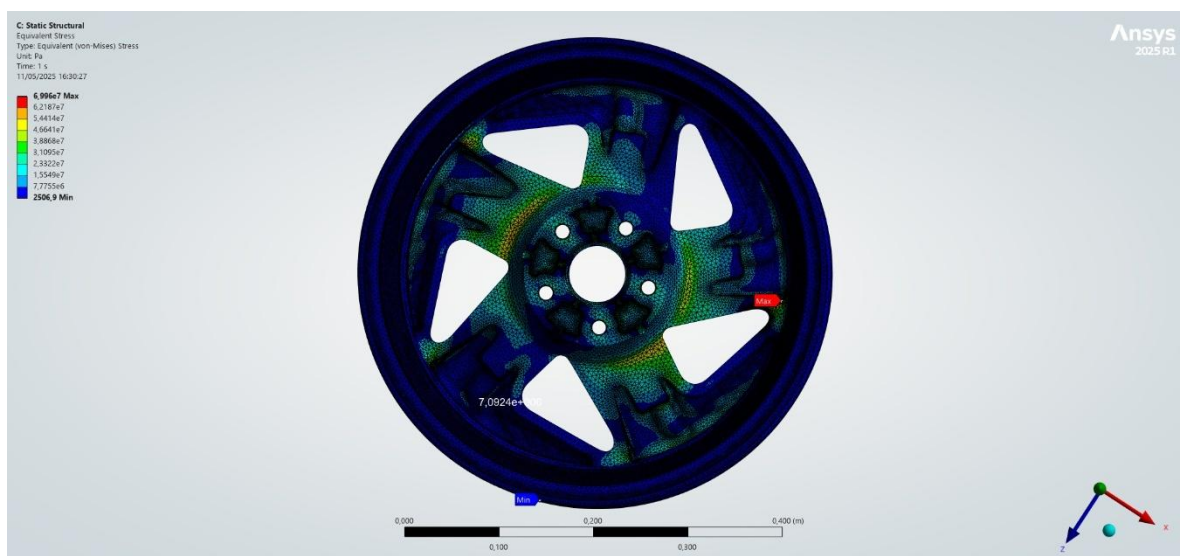


Figura 3.13: Distribuzione delle tensioni, "Prova a Flessione "

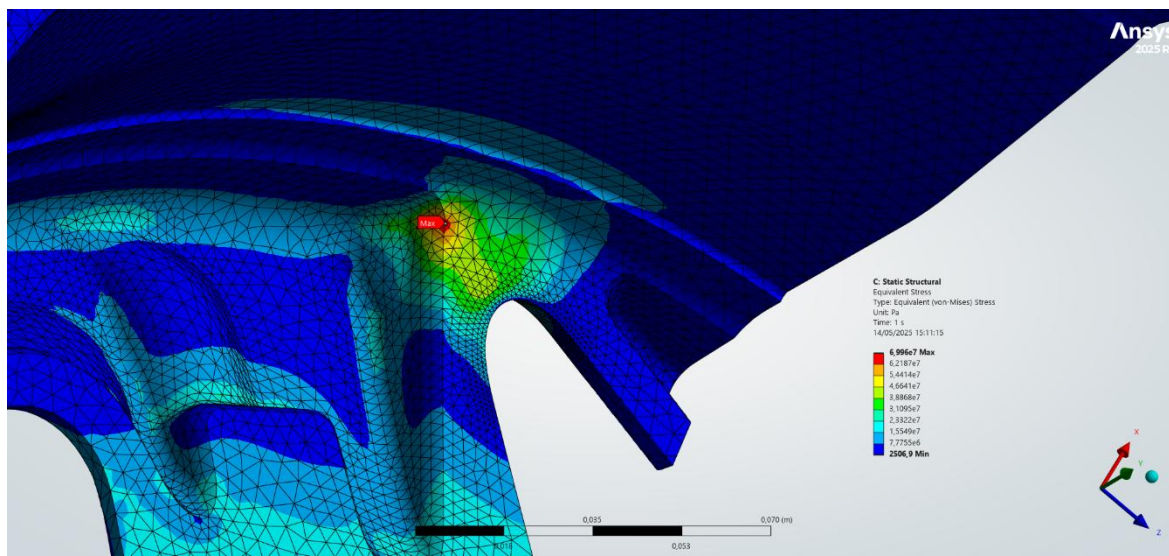


Figura 3.14: Distribuzione delle tensioni hotspot, " Prova a Flessione "

Analizzando i risultati ottenuti, si può concludere che il test più gravoso risulta essere " *Prova di Durabilità al Carico Verticale*". Tuttavia, ciò non implica che il cerchione sia a rischio di cedimento, in quanto il valore massimo di tensione rilevato risulta ampiamente inferiore al limite di snervamento del materiale, pari a 190 MPa. Questo dato fornisce un margine di sicurezza significativo, confermando che, anche nelle condizioni più severe simulate, il cerchione mantiene un comportamento strutturale sicuro.

Nella *Tabella 3.4* sono riportati i risultati dell'analisi strutturale svolta per ogni prova.

Tabella 3.4: Risultati analisi FEM

Prova di Carico	Tensione Massima
<i>Prova di Durabilità al Carico Verticale</i>	81,24 MPa
<i>Prova a Flessione</i>	69,9 MPa
<i>Prova d'Impatto</i>	53,3 MPa

Alla luce di questi risultati si procederà con l'ottimizzazione del cerchione, prendendo come riferimento il carico più gravoso.

Questa scelta risulta pienamente giustificata in quanto progettare e ottimizzare il componente sulla configurazione più sollecitante garantisce che il cerchione sarà automaticamente idoneo a resistere anche a condizioni di carico meno severe. In altre parole, soddisfare i requisiti del carico massimo assicura la sicurezza strutturale anche nei casi di sollecitazioni inferiori.

Al termine del processo di ottimizzazione verrà comunque eseguita una verifica globale, ripetendo le analisi anche per i due carichi meno gravosi al fine di confermare la conformità e la robustezza del cerchione in tutte le condizioni operative previste.

CAPITOLO 4

OTTIMIZZAZIONE

In ambito ingegneristico, il termine ottimizzazione si riferisce al processo sistematico di individuazione della migliore configurazione di un sistema, in base a uno o più criteri prestabiliti, detti funzioni obiettivo. L'obiettivo può consistere nella minimizzazione di una grandezza indesiderata o nella massimizzazione di una caratteristica desiderabile, come rigidezza, efficienza, o resistenza.

Il concetto di ottimizzazione è centrale in molte fasi del ciclo progettuale, poiché consente di migliorare le prestazioni di un componente o di un sistema riducendo al contempo i costi, le masse o gli impatti ambientali. In ingegneria meccanica, l'ottimizzazione viene spesso applicata a modelli matematici e numerici che descrivono il comportamento di un sistema fisico.

Nel corso di questo lavoro sono stati adottati due approcci differenti per la modifica della geometria del cerchione: un metodo parametrico e un approccio mediante BGM. Sebbene nel presente caso il primo sia stato utilizzato per ridurre la massa e il secondo per ottimizzare la distribuzione delle tensioni, è importante chiarire che questa distinzione non è assoluta, ma riflette una specifica scelta operativa.

Infatti, sia il metodo parametrico che il BGM possono essere impiegati in ottimizzazioni multi-obiettivo, volte contemporaneamente alla riduzione della massa e alla minimizzazione delle sollecitazioni. La differenza tra i due risiede nella natura dell'approccio: il metodo parametrico lavora su una geometria vincolata a un numero limitato di parametri predefiniti, e la sua efficacia dipende fortemente dall'espressività della parametrizzazione. Più sono numerosi e ben distribuiti i parametri, maggiore sarà la capacità del metodo di esplorare forme alternative.

Il BGM, invece, opera localmente sulla base della distribuzione delle tensioni ottenuta tramite analisi FEM, modificando iterativamente la geometria secondo una legge di crescita. Questo consente al metodo di trovare nuove configurazioni morfologiche non necessariamente riconducibili a quelle esplorabili con approcci parametrizzati. Il BGM è particolarmente

adatto a ottimizzazioni di dettaglio su geometrie complesse, in quanto introduce deformazioni progressive in modo continuo e controllato.

Nel presente lavoro, le due metodologie sono state utilizzate in sequenza: il metodo parametrico ha generato una prima serie di configurazioni alleggerite, mentre il BGM è stato impiegato come strumento di rifinitura per migliorare la risposta tensionale. Tale approccio ibrido consente di sfruttare i punti di forza di entrambi i metodi, mantenendo una geometria globalmente ottimizzata e localmente adattata alle condizioni di carico.

4.1 Formulazione generale del problema di ottimizzazione

Un problema generale di ottimizzazione può essere formulato nel modo seguente:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{tale che} \quad & x \in D \end{aligned}$$

dove:

- $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ è il vettore delle variabili decisionali, ovvero i parametri che si intende modificare per ottenere la soluzione ottimale;
- $f(x)$ è la funzione obiettivo, che rappresenta il criterio da minimizzare o massimizzare;
- $D \subseteq \mathbb{R}^n$ è il dominio ammissibile delle soluzioni, eventualmente definito da un insieme di vincoli.

4.1.1 Ottimizzazione non vincolata

Nel caso più semplice, si considera un problema di ottimizzazione non vincolata, in cui la funzione obiettivo deve essere minimizzata, o massimizzata, senza alcuna restrizione sul dominio:

$$\min f(x), \quad x \in R^n$$

In questa configurazione, ogni $x \in R^n$ è una potenziale soluzione, e il problema consiste nel trovare il punto x^* che minimizza $f(x)$. Questo tipo di formulazione è più trattabile dal punto di vista analitico, ma risulta poco realistica in contesti applicativi complessi, dove le variabili sono tipicamente soggette a limiti fisici o progettuali.

4.1.2 Ottimizzazione vincolata

Nella maggior parte dei casi reali, l'ottimizzazione deve essere effettuata in presenza di vincoli. Un problema di ottimizzazione vincolata ha la forma:

$$\begin{aligned} &\min f(x) \\ &\text{tale che } g_i(x) \leq 0 \quad (i = 1, \dots, m) \\ &\quad h_j(x) \leq 0 \quad (j = 1, \dots, p) \end{aligned}$$

dove:

- $g_i(x)$ sono le funzioni di vincolo di disuguaglianza.
- $h_j(x)$ sono le funzioni di vincolo di uguaglianza, che impongono relazioni esatte tra le variabili.

In questo contesto, l'insieme delle soluzioni ammissibili è definito da tutte le x che rispettano simultaneamente i vincoli di uguaglianza e disuguaglianza. La soluzione ottima sarà il punto x^* che minimizza $f(x)$, all'interno di questo dominio.

Le variabili decisionali x possono rappresentare grandezze geometriche, parametri fisici oppure variabili di controllo. La funzione obiettivo $f(x)$ deve essere una funzione ben definita, possibilmente continua e derivabile, in modo da poter applicare metodi di ottimizzazione numerica efficienti.

Nel contesto del metodo degli elementi finiti, l'ottimizzazione richiede in genere la valutazione ripetuta della funzione obiettivo mediante simulazioni numeriche, rendendo il

processo computazionalmente oneroso. Per questo motivo, vengono spesso impiegate tecniche di riduzione del modello, interpolazione parametrica o deformazione geometrica controllata, come il mesh morphing.

4.1.3 Ottimizzazione strutturale

L'ottimizzazione strutturale è un'area dell'ingegneria che si occupa di migliorare le prestazioni di una struttura o di un componente meccanico, rispettando al contempo determinati vincoli progettuali. L'obiettivo può variare in base al contesto: ridurre la massa, aumentare la rigidità, migliorare la distribuzione delle sollecitazioni, aumentare la vita a fatica, evitare fenomeni di instabilità, o ottimizzare il comportamento dinamico.

La formulazione generale di un problema di ottimizzazione strutturale include:

- una funzione obiettivo (da minimizzare o massimizzare),
- un insieme di variabili decisionali, spesso geometriche o materiali,
- un insieme di vincoli fisici, geometrici, o di prestazione.

Il processo di ottimizzazione è quasi sempre iterativo: si modifica la configurazione iniziale del sistema, si effettua un'analisi, si valuta la risposta e si aggiorna la configurazione, fino al raggiungimento della soluzione ottimale.

Di seguito sono riportate le principali tipologie di ottimizzazione strutturale, ciascuna con finalità, caratteristiche e ambiti applicativi distinti.

- *Ottimizzazione di dimensione (Size Optimization)*: Agisce su parametri geometrici scalari come spessori, raggi, lunghezze o diametri, mantenendo invariata la topologia della struttura. È utile quando la forma è già definita, ma si desidera ottimizzarne le proporzioni per alleggerire il componente o migliorarne le prestazioni;
- *Ottimizzazione di forma (Shape Optimization)*: Consiste nella modifica delle superfici o dei contorni della geometria per ridurre le concentrazioni di tensione, migliorare la distribuzione degli sforzi o incrementare la rigidità. Le variazioni sono continue e locali, mantenendo la connettività strutturale. È spesso implementata tramite tecniche di mesh morphing, che deformano la *mesh* senza rigenerarla;
- *Ottimizzazione topologica (Topology Optimization)*: Permette di modificare in modo radicale la distribuzione del materiale all'interno di un dominio prefissato,

identificando automaticamente le regioni da rimuovere per migliorare l'efficienza strutturale. Il risultato può essere una struttura completamente nuova e spesso più leggera, adatta alla produzione additiva.

I vari tipi di ottimizzazione strutturale non sono mutuamente esclusivi: in molti casi, vengono combinati in sequenze o strategie ibride. È frequente, ad esempio, avviare un processo con una fase di ottimizzazione topologica per esplorare soluzioni globali, seguita da un affinamento di forma e dimensione per migliorare localmente la distribuzione delle tensioni.

La scelta del metodo ottimale dipende dalle specifiche del problema, dal grado di libertà consentito al progettista, dai vincoli imposti e dalle possibilità tecnologiche di realizzazione, come la fabbricazione additiva o la lavorazione convenzionale.

4.2 Ottimizzazione della massa tramite mesh morphing

L'analisi strutturale condotta nella fase preliminare ha evidenziato che la geometria del cerchione oggetto di studio non presenta criticità dal punto di vista della resistenza meccanica. In particolare, le tensioni indotte nei componenti risultano significativamente inferiori ai limiti critici del materiale utilizzato, garantendo un adeguato margine di sicurezza. Questo risultato ha reso possibile avviare un processo di ottimizzazione finalizzato alla riduzione della massa, con l'obiettivo di migliorare l'efficienza complessiva e le prestazioni dinamiche del veicolo. Se, al contrario, le sollecitazioni riscontrate fossero state prossime ai limiti di snervamento o di rottura, sarebbe stato necessario intervenire incrementando le sezioni resistenti, con un conseguente aumento della massa. L'ottimizzazione morfologica è stata effettuata escludendo dalle modifiche le aree del cerchione soggette a vincoli geometrici derivanti da normative tecniche o da requisiti funzionali, come le zone di collegamento con il mozzo, al fine di preservare la corretta interfaccia con gli altri componenti meccanici.

È stato inoltre considerato l'aspetto estetico del componente. Poiché il cerchione rappresenta anche un elemento di design e viene spesso valutato in termini di impatto visivo dal mercato, si è scelto di non alterarne in modo sostanziale la configurazione stilistica. L'ottimizzazione della forma è stata quindi eseguita mantenendo una coerenza formale con il modello originale, per garantire un equilibrio tra prestazioni strutturali e qualità percepita del prodotto.

4.2.1 Set-up RBF Morph

Nella *Figura 4.1* si riporta l'albero di *set-up* creato in *Ansys Mechanical*.

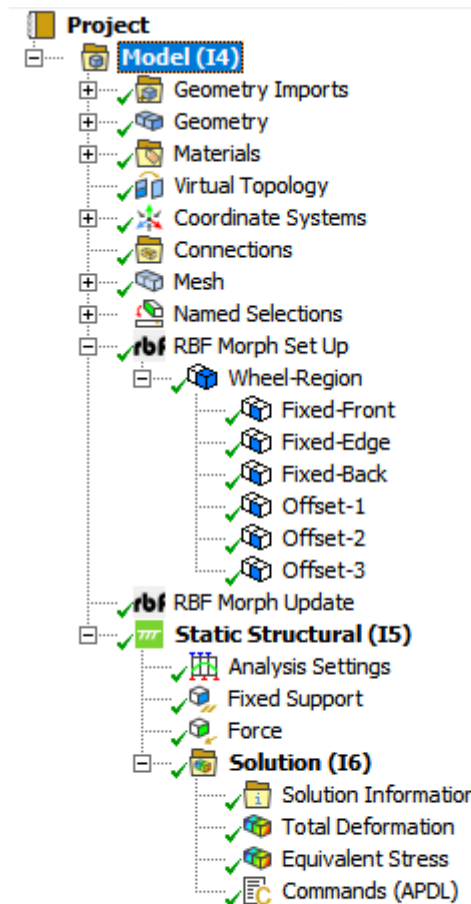


Figura 4.1: Albero set-up ottimizzazione Ansys Mechanical

Per poter applicare l'operazione di morphing alla geometria del cerchione, è stata innanzitutto definita una *RBF-Region* rinominata *Wheel-Region* con *Target* esteso all'intero dominio geometrico. Questa configurazione ha consentito di rendere soggetta a trasformazioni morfologiche l'intera superficie del componente, permettendo di influenzare in modo globale la distribuzione dei nodi della *mesh*. Successivamente sono state introdotte sei *RBF-Source*, ovvero sorgenti di controllo tramite le quali si specificano i punti di applicazione delle modifiche e delle condizioni geometriche. Tre di queste sorgenti sono state impiegate per vincolare determinate regioni della geometria. Tali zone, oltre a corrispondere ad aree

funzionalmente critiche che devono mantenere le proprie caratteristiche geometriche, svolgono anche un ruolo fondamentale dal punto di vista computazionale: la presenza di nodi fissi è infatti una condizione necessaria affinché l'algoritmo di interpolazione del modulo *RBF Morph* possa risolvere correttamente il campo di spostamento. Senza almeno alcuni nodi vincolati, il sistema di equazioni risultante sarebbe indeterminato e la trasformazione geometrica non potrebbe essere calcolata in modo univoco. Le altre tre *RBF-Source* sono invece dedicate all'applicazione degli *shape modifiers*, ovvero alle deformazioni controllate della geometria, progettate per realizzare l'ottimizzazione morfologica del componente mantenendo le condizioni strutturali ed estetiche definite nei criteri progettuali. Segue una descrizione dettagliata di ciascuna delle *RBF-Source*, specificandone la posizione, la funzione attribuita e il contributo apportato al processo di modifica geometrica.

- *Fixed-Front*: questa sorgente è stata utilizzata per vincolare la zona frontale del cerchione, che costituisce l'elemento principale dal punto di vista estetico. Per evitare qualsiasi alterazione della sua configurazione originaria, e quindi preservarne l'identità stilistica, è stata applicata una trasformazione di tipo *Translation* con valori nulli in tutte le direzioni spaziali. Tale approccio garantisce che i nodi coinvolti non subiscano alcuno spostamento durante il processo di morphing. L'area in questione è stata selezionata tramite una *Named Selection* appositamente definita. (Figura 4.2)
- *Fixed-Edge*: questa *RBF-Source* ha vincolato le porzioni laterali del cerchione, soggette a restrizioni dimensionali imposte da normative tecniche. Anche in questo caso è stata adottata una trasformazione *Translation* con vettore di spostamento nullo, al fine di assicurare l'invarianza geometrica della regione. L'identificazione dei nodi interessati è avvenuta attraverso una *Named Selection* specifica. (Figura 4.3)
- *Fixed-Back*: la terza sorgente di vincolo ha interessato la parte posteriore della geometria, ovvero l'area di interfaccia con il mozzo ruota. Trattandosi di una zona funzionalmente critica, è stato fondamentale mantenerne inalterata la configurazione per garantire la corretta connessione con i componenti meccanici adiacenti. Anche in questo caso è stata applicata una trasformazione *Translation* a spostamento nullo e creata una *Named Selection* per definire in modo univoco i nodi da escludere dal morphing. (Figura 4.4)
- *Offset-1*: definisce le prime superfici posteriori in cui applicare le operazioni di

morphing. E stata utilizzata una trasformazione *Surface Offset*. (Figura 4.5)

- *Offset-2*: definisce le “tasche esterne” in cui applicare le operazioni di morphing. E stata utilizzata una trasformazione *Surface Offset*. (Figura 4.6)
- *Offset-3*: definisce le cinque “tasche interne” del cerchione in cui applicare le operazioni di morphing. E stata utilizzata una trasformazione *Surface Offset*. (Figura 4.7 e 4.8)

(a)

Details of "Fixed-Front"	
Node Selection	
Scoping Method	Named Selection
Named Selection	fixed-front
Definition	
Transformation	Translation
Translation Definition	Manual
☐ Delta x	0 m
☐ Delta y	0 m
☐ Delta z	0 m
RBF Function	
Degree	1
Combine Select	
Acting On	Undeformed
If Selected Nodes Overlap	Override
Coord Filtering	No
RBF Problem	
☐ Source	0
☐ Target	54629

(b)



Figura 4.2: (a) Dettagli Fixed-Front; (b) zone modello appartenenti a Fixed-Front

(a)

Details of "Fixed-Edge"	
Node Selection	
Scoping Method	Named Selection
Named Selection	fixed-edge
Definition	
Transformation	Translation
Translation Definition	Manual
☐ Delta x	0 m
☐ Delta y	0 m
☐ Delta z	0 m
RBF Function	
Degree	1
Combine Select	
Acting On	Undeformed
If Selected Nodes Overlap	Override
Coord Filtering	No
RBF Problem	
☐ Source	0
☐ Target	82595

(b)



Figura 4.3: (a) Dettagli Fixed-Edge; (b) zone modello appartenenti a Fixed-Edge

(a)

Details of "Fixed-Back"	
Node Selection	
Scoping Method	Named Selection
Named Selection	Fixed-Back
Definition	
Transformation	Translation
Translation Definition	Manual
☐ Delta x	0 m
☐ Delta y	0 m
☐ Delta z	0 m
RBF Function	
Degree	1
Combine Select	
Acting On	Undeformed
If Selected Nodes Overlap	Override
Coord Filtering	No
RBF Problem	
☐ Source	0
☐ Target	8852

(b)



Figura 4.4: (a) Dettagli Fixed-Back; (b) zone modello appartenenti a Fixed-Back

(a)

Details of "Offset-1"	
Node Selection	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	4 Faces
Definition	
Transformation	Surface Offset
Offset Type	Fixed Value
Offset Along	Surface Normal
☐ Surface Offset	-0,0016 m
Midside Nodes	Keep
Surface Constraint	No
RBF Function	
Degree	1
Combine Select	
Acting On	Undeformed
If Selected Nodes Overlap	Override
Coord Filtering	No
RBF Problem	
☐ Source	0
☐ Target	14906

(b)



Figura 4.5: (a) Dettagli Offset-1; (b) zone modello appartenenti a Offset-1

(a)

Details of "Offset-2"	
Node Selection	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	5 Faces
Definition	
Transformation	Surface Offset
Offset Type	Fixed Value
Offset Along	Surface Normal
☐ Surface Offset	-0,0045 m
Midside Nodes	Keep
Surface Constraint	No
RBF Function	
Degree	1
Combine Select	
Acting On	Undeformed
If Selected Nodes Overlap	Override
Coord Filtering	No
RBF Problem	
☐ Source	0
☐ Target	2803

(b)



Figura 4.6: (a) Dettagli Offset-2; (b) zone modello appartenenti a Offset-2

Details of "Offset-3"	
Node Selection	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	5 Faces
Definition	
Transformation	Surface Offset
Offset Type	Fixed Value
Offset Along	Surface Normal
☐ Surface Offset	-0,004 m
Midside Nodes	Keep
Surface Constraint	No
RBF Function	
Degree	1
Combine Select	
Acting On	Undeformed
If Selected Nodes Overlap	Override
Coord Filtering	No
RBF Problem	
☐ Source	0
☐ Target	4120

Figura 4.7: Dettagli Offset-3

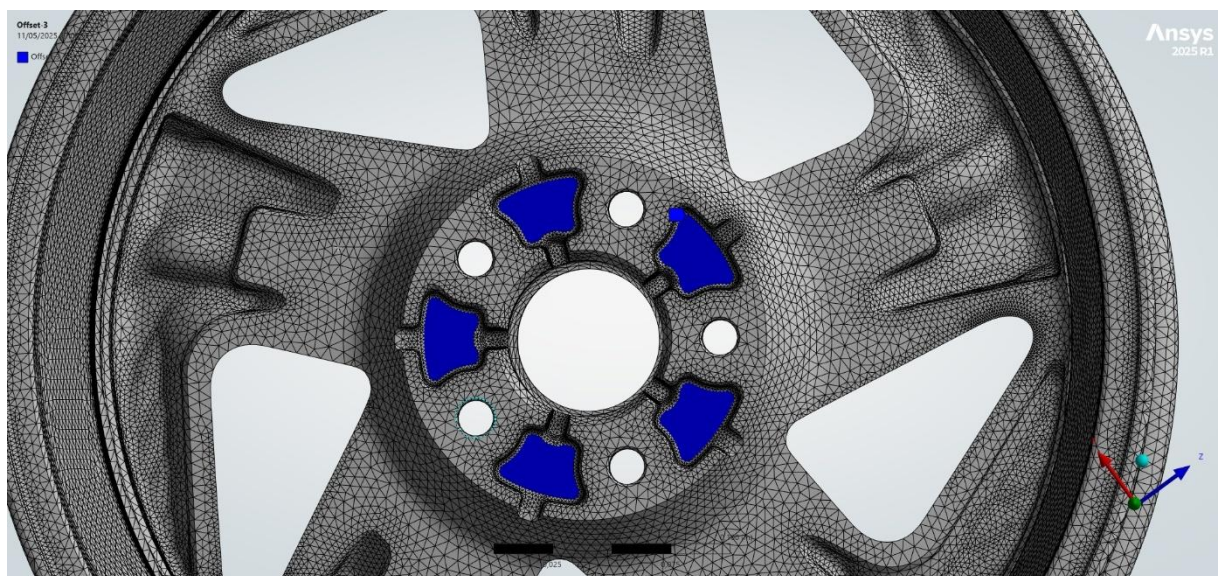


Figura 4.8: Zone modello appartenenti a Offset-3

4.2.2 Controllo della massa

Al fine di monitorare in modo continuo e automatizzato la variazione della massa del cerchione durante il processo di ottimizzazione morfologica, è stato implementato un comando personalizzato all'interno dell'ambiente *Ansys*, utilizzando il linguaggio APDL (*Ansys Parametric Design Language*). Tale comando è stato strutturato per calcolare in tempo reale la massa del componente a partire dalla combinazione tra la densità del materiale e il volume effettivo della geometria, aggiornato a seguito di ciascuna modifica applicata tramite *RBF Morph*.

Il calcolo della massa è stato eseguito direttamente sul modello *morphato*, consentendo una valutazione precisa dell'impatto di ogni trasformazione geometrica sull'obiettivo di alleggerimento. Poiché il modulo *RBF Morph* agisce modificando localmente la forma del solido senza alterarne le proprietà del materiale, l'utilizzo dell'equazione $m = \rho \cdot V$ si è rivelato efficace e coerente con le ipotesi di progetto. In questo contesto, la densità del materiale è rimasta costante, mentre il volume veniva automaticamente aggiornato ad ogni step di morphing.

Si precisa che l'utilizzo del comando APDL non è obbligatorio, in quanto *Ansys Mechanical* consente di impostare il volume della *mesh* come parametro di output dell'analisi. Tuttavia, in questo caso, la conversione del volume in massa non avviene automaticamente: è necessario effettuare manualmente i calcoli per ogni configurazione che presenti un volume differente. L'automatizzazione della stima della massa ha rappresentato un vantaggio significativo, in quanto ha permesso di tenere sotto controllo in modo immediato e continuo uno degli obiettivi primari dell'ottimizzazione, evitando di dover eseguire manualmente il calcolo a ogni iterazione. Questo ha reso il processo più efficiente, affidabile e adatto a un'analisi parametrica su larga scala, in cui il confronto tra diverse configurazioni geometriche richiede la valutazione rapida di metriche prestazionali come la massa.

Nella Figura 4.9 è riportato il codice APDL per il calcolo della massa.

```
Commands
1  ! Commands inserted into this file will be executed immediately after the ANSYS /POST1 command.
2
3  ! Active UNIT system in Workbench when this object was created: Metric (m, kg, N, s, V, A)
4  ! NOTE: Any data that requires units (such as mass) is assumed to be in the consistent solver unit system.
5  ! See Solving Units in the help system for more information.
6
7
8  esel,all
9
10 cm,all_elements,elem
11
12 allsel,all
13
14 cmsel,s,all_elements,elem
15
16
17 !!
18 ! initialize volume
19 my_V=0
20 ! get the total number of element
21 *get,my_n,elem,0,count
22 *vget,all_elem,elem,0,elist
23 !! loop over elements to add their volume
24 *DO,i,1,my_n
25   *get,v,elem,all_elem(i),volu
26   my_V=my_V+v
27 *ENDDO
28 !! multiply the gained volume and density to get the total mass
29 my_Mass=my_V*2700
30
```

Figura 4.9: Codice calcolo massa implementato

La definizione dei parametri associati alle tre *RBF-Source* destinate all'applicazione degli *shape modifiers* è stata effettuata tenendo conto di una serie di vincoli progettuali e considerazioni di natura strutturale. In primo luogo, è stato necessario rispettare i requisiti imposti dal committente, tra cui una specifica indicazione da parte di Nissan, che stabilisce uno spessore minimo delle razze pari a 3,5 mm. Questo vincolo ha rappresentato un limite inferiore invalicabile nel processo di *morphing*, condizionando direttamente l'intensità e l'estensione delle modifiche applicabili.

Parallelamente, sono stati considerati i limiti strutturali intrinseci della geometria. Un *morphing* eccessivamente spinto, se non adeguatamente controllato, può comportare una riduzione delle sezioni resistenti tale da generare concentrazioni di tensione localizzate, con il conseguente rischio di superamento del limite di snervamento o, nei casi peggiori, del limite di rottura del materiale. Per questa ragione, i parametri di *morphing* sono stati impostati in modo conservativo, al fine di garantire che le modifiche geometriche non compromettessero in alcun modo la sicurezza e l'integrità meccanica del cerchione.

Un'ulteriore considerazione ha riguardato la coerenza formale della geometria risultante rispetto al modello originario. L'ottimizzazione morfologica, per quanto finalizzata al miglioramento delle prestazioni strutturali e/o aerodinamiche, non deve in alcun modo configurarsi come uno stravolgimento radicale del componente. Al contrario, essa deve

rappresentare un’evoluzione controllata e razionale della forma iniziale, mantenendo una continuità sia in termini funzionali sia stilistici. Questo approccio ha guidato la selezione dei parametri di *morphing*, garantendo che le trasformazioni apportate fossero sempre compatibili con le finalità progettuali complessive.

Nelle *Figure 4.10 e 4.11* sono riportati i valori degli *shape modifiers* provati che hanno guidato la scelta della configurazione ottimale

1	Name	P3 - back-offset Surface Offset	P4 - back-offset 2 Surface Offset	P5 - back-offset 3 Surface Offset	P1 - Equivalent Stress Maximum	P2 - my_Mass	Ratio	Retained Data	Note
2	Units	mm	mm	mm	Pa				
3	DP 0 (Current)	0	0	0	8,3729E+07	14,1	[x]	✓	
4	DP 1	-1,5	-6	-3,5	9,6806E+07	13,676	[x]	✓	
5	DP 5	-1,75	-6	-4	9,9518E+07	13,637	[x]	✓	
6	DP 6	-1,8	-7	-4	1,0022E+08	13,599	[x]	✓	
7	DP 7	-1,85	-7	-4	1,0078E+08	13,592	[x]	✓	
8	DP 8	-1,85	-5,5	-3,5	1,0101E+08	13,646	[x]	✓	
9	DP 9	-1,8	-5,5	-3,5	1,0002E+08	13,652	[x]	✓	
10	DP 10	-1,75	-6,5	-4	9,9898E+07	13,621	[x]	✓	
11	DP 11	-1,8	-6	-3,5	1,0008E+08	13,636	[x]	✓	
12	DP 12	-1,8	-7	-4,5	1,0022E+08	13,593	[x]	✓	

Figura 4.10: Shape modifiers testati

1	Name	P3 - back-offset Surface Offset	P4 - back-offset 2 Surface Offset	P5 - back-offset 3 Surface Offset	P1 - Equivalent Stress Maximum	P2 - my_Mass	Ratio	Retained Data	Note
2	Units	mm	mm	mm	Pa				
3	DP 0 (Current)	0	0	0	8,3729E+07	14,1	[x]	✓	
4	DP 1	-0,5	-0,5	-2	8,7232E+07	13,997	[x]	✓	
5	DP 2	-1	-1	-2,5	9,1289E+07	13,911	[x]	✓	
6	DP 3	-1,25	-1,5	-3	9,3639E+07	13,857	[x]	✓	
7	DP 4	-1,5	-4	-3,5	9,6806E+07	13,675	[x]	✓	
8	DP 5	-1,75	-6	-4	9,9518E+07	13,637	[x]	✓	
9	DP 6	-1,8	-7	-4	1,0022E+08	13,599	[x]	✓	
10	DP 7	-1,85	-7	-4	1,0078E+08	13,592	[x]	✓	
11	DP 8	-1,85	-5,5	-3,5	1,0101E+08	13,646	[x]	✓	
12	DP 9	-1,8	-5,5	-3,5	1,0002E+08	13,652	[x]	✓	
13	DP 10	-0,5	-0,5	-4	8,7232E+07	13,977	[x]	✓	

Figura 4.11: Shape modifiers testati

4.2.3 Risultati

A seguito dell'applicazione delle trasformazioni tramite il modulo *RBF Morph*, è stata generata una nuova mesh, caratterizzata dallo spostamento dei nodi secondo i parametri di deformazione precedentemente impostati. La trasformazione, applicata in modo controllato alle aree selezionate, ha prodotto un modello modificato in cui le caratteristiche morfologiche sono state adattate con l'obiettivo di ridurre la massa, mantenendo al contempo l'integrità strutturale del componente.

Il processo di ottimizzazione è stato condotto seguendo un approccio di tipo *Trial and Error*, ovvero mediante un ciclo iterativo non automatico basato sull'analisi diretta delle simulazioni. Per ciascuna configurazione generata, è stata effettuata un'analisi FEM completa, valutando i principali indicatori strutturali, in particolare la tensione massima equivalente e la variazione di massa. I risultati ottenuti sono stati confrontati passo dopo passo, permettendo di individuare progressivamente una geometria ottimizzata che rappresentasse un buon compromesso tra alleggerimento e prestazione meccanica.

Tale metodo, seppur manuale e basato su valutazioni incrementali, si è dimostrato efficace in un contesto di geometrie complesse e vincolate, come quello del cerchione, dove l'applicazione diretta di algoritmi automatici di ottimizzazione potrebbe risultare meno controllabile o richiedere eccessiva parametrizzazione iniziale.

Questa nuova configurazione ha reso possibile l'esecuzione di una seconda analisi strutturale, condotta per verificare che le modifiche introdotte non abbiano compromesso la resistenza meccanica del cerchione. In particolare, sono stati monitorati i principali indicatori di sicurezza, come le tensioni massime e i fattori di sicurezza, per assicurare la conformità del modello ottimizzato ai criteri di progetto e alle normative tecniche di riferimento. La *Tabella 4.1* riporta i parametri utilizzati in *RBF Morph* che hanno condotto alla generazione del modello finale ottimizzato.

Tabella 4.1: Valori scelti per l'ottimizzazione di massa.

Parametri	Valori
<i>Offset-1</i>	-1,6 mm
<i>Offset-2</i>	-4,5 mm
<i>Offset-3</i>	-4 mm

Il peso iniziale del cerchione, nella configurazione di partenza, era pari a 14,1 kg. A seguito del processo di ottimizzazione morfologica, la massa è stata ridotta a 13,72 kg, corrispondente a una diminuzione di circa 3,55%. In termini assoluti, il risparmio ottenuto è pari a 380 grammi per cerchione. Considerando l'impiego di quattro cerchioni per ogni veicolo, il risparmio complessivo ammonta a 1,520 kg per automobile.

È importante sottolineare che, nonostante la riduzione di massa ottenuta, la configurazione ottimizzata del cerchione rispetta pienamente i requisiti normativi previsti per questo tipo di componente, sia in termini dimensionali sia strutturali. Segue la presentazione dei risultati dell'analisi strutturale condotta sulla nuova geometria ottimizzata.

Tabella 4.2: Confronto dei parametri configurazione base e ottimizzata.

Parametri	Valori Configurazione Base	Valori Configurazione Ottimizzata
<i>Massa (kg)</i>	14,1	13,72
<i>Volume (m³)</i>	$5,22 \cdot 10^{-3}$	$5,0814 \cdot 10^{-3}$
<i>Tensioni Massime (MPa)</i>	81,24	93,10

Nelle Figure 4.12 e 4.13 viene mostrato il confronto tra la configurazione base del componente e quella ottimizzata e gli stati tensionali relativi alla “Prova di Durabilità al Carico Verticale”. Gli spessori delle razze sono stati ridotti, di conseguenza si ottiene uno stato tensionale più elevato.

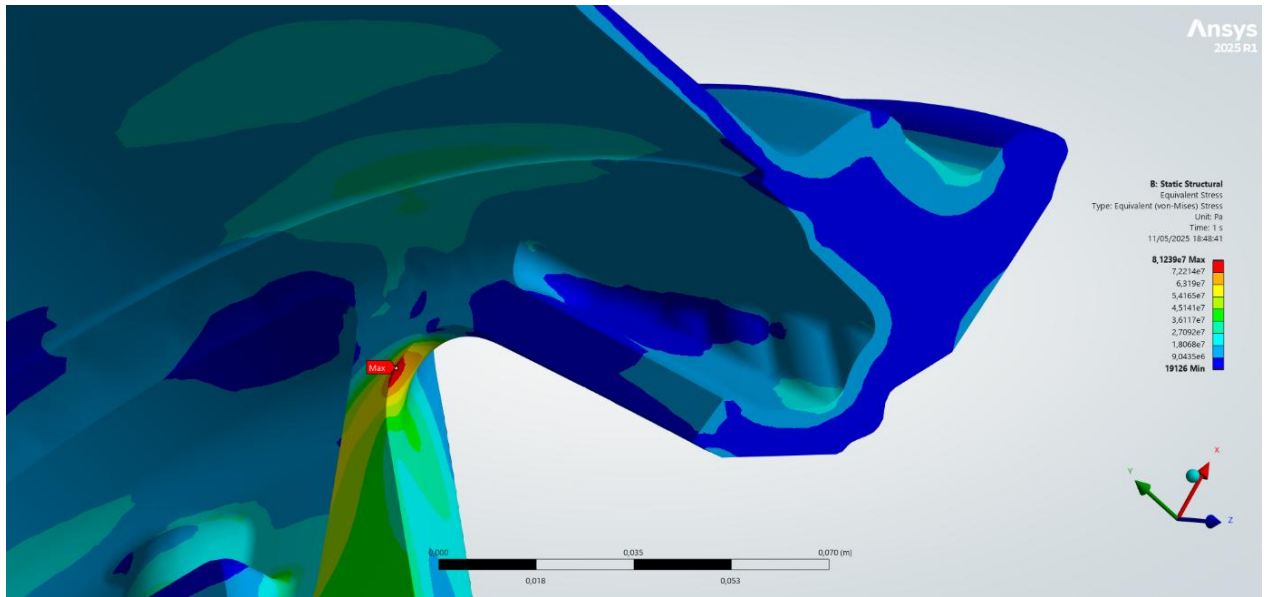


Figura 4.12: Campo delle tensioni hotspot configurazione base

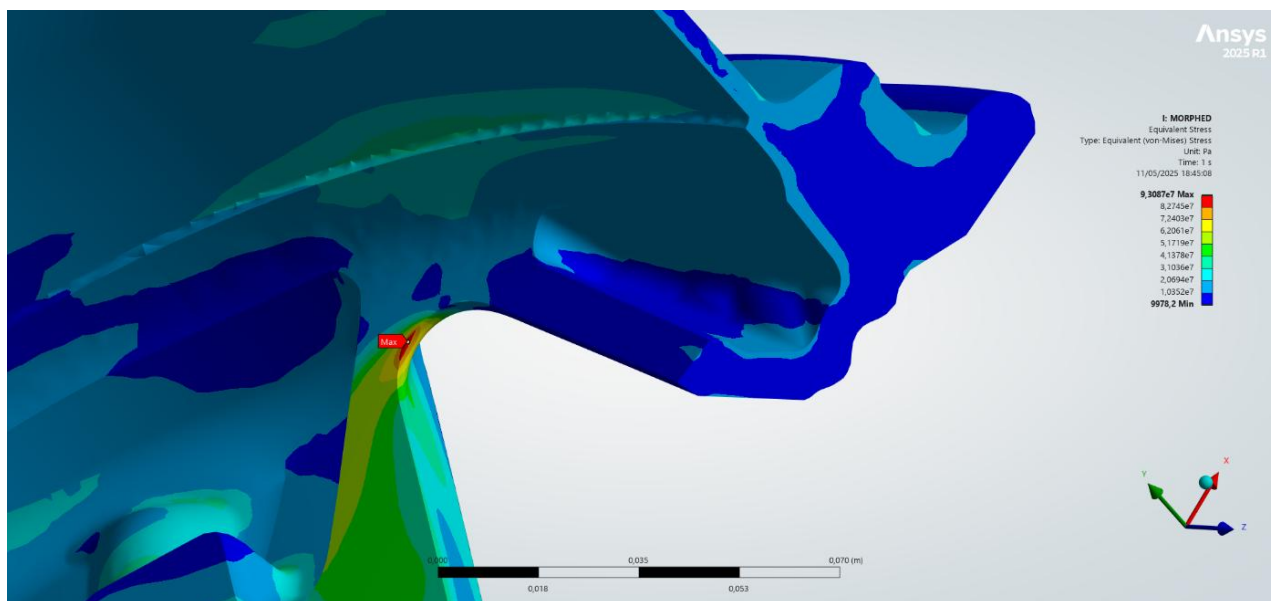


Figura 4.13: Campo delle tensioni hotspot configurazione ottimizzata

4.3 Ottimizzazione delle tensioni con il metodo BGM

Una volta completata l'ottimizzazione strutturale basata sulla riduzione di massa, risulta fondamentale valutare la nuova distribuzione delle tensioni all'interno della configurazione alleggerita. L'operazione di riduzione del materiale, sebbene efficace in termini di massa complessiva, può comportare un peggioramento locale delle condizioni tensionali, con la comparsa di picchi di stress non presenti nella configurazione originaria o con un aumento delle disomogeneità nel campo di tensione. Per risolvere tale criticità, si ricorre a una seconda fase di ottimizzazione, focalizzata non più sulla quantità di materiale, bensì sulla qualità della distribuzione delle tensioni. L'obiettivo è ottenere una struttura più efficiente dal punto di vista meccanico, in cui il materiale residuo lavori in maniera più omogenea, riducendo i gradienti tensionali e migliorando la risposta globale sotto carico.

In questo contesto, trova applicazione il Biological Growth Method (BGM), un metodo ispirato ai principi di crescita adattativa osservati nei sistemi biologici. In natura, molti organismi crescono localmente in funzione dello stato di sforzo al quale sono sottoposti: le strutture si rinforzano dove le sollecitazioni sono maggiori e si riducono dove il carico è trascurabile. Questo comportamento adattativo viene riprodotto numericamente nel BGM, in cui la geometria viene modificata iterativamente sulla base del campo di tensione ottenuto da un'analisi FEM.

L'idea alla base del metodo è semplice ma potente: espandere il materiale nelle zone sottoposte a stress elevato e comprimerlo in quelle dove le tensioni sono inferiori al target prestabilito. In tal modo, si tende progressivamente a una configurazione ottimizzata in cui le tensioni risultano più uniformemente distribuite, compatibilmente con i vincoli geometrici e progettuali del componente.

Nel caso specifico di questo lavoro, il metodo BGM viene applicato al modello già ottimizzato in termini di massa, presentato nella sezione precedente. L'algoritmo iterativo del BGM opera su questa configurazione di partenza, utilizzando i risultati dell'analisi FEM come input per guidare la modifica della *mesh*. Il processo si sviluppa su più cicli consecutivi, durante i quali il campo di tensione viene ricalcolato e utilizzato per aggiornare la forma, fino al raggiungimento di un criterio di arresto basato sulla variazione relativa della distribuzione delle tensioni.

Il vantaggio principale di questo approccio risiede nella sua capacità di ottimizzare la forma

in funzione della risposta strutturale effettiva, senza la necessità di rigenerare la *mesh* o di modificare la topologia. L'uso combinato del BGM con strumenti di mesh morphing consente di implementare modifiche geometriche progressive, controllate e compatibili con i requisiti di produzione e progettazione.

Nei paragrafi successivi verranno descritti il funzionamento del metodo, i parametri di controllo utilizzati, il numero di cicli iterativi necessari, e i risultati ottenuti in termini di ridistribuzione delle tensioni, comparandoli con la configurazione di partenza.

4.3.1 Preparazione CAD

Per eseguire l'analisi BGM, si è sfruttata la periodicità geometrica del cerchione, costituito da cinque razze. Questa configurazione ha permesso di semplificare l'analisi strutturale e dinamica del componente, riducendo il dominio di studio grazie alla simmetria ciclica. In particolare, utilizzando il software Discovery, è stato possibile suddividere il modello del cerchione in cinque sezioni, ognuna rappresentante una razza e la porzione corrispondente del bordo del cerchio. Tale approccio ha consentito di condurre l'analisi solo su una singola porzione rappresentativa, applicando opportune condizioni al contorno che riflettessero la continuità e la ripetitività del sistema. In questo modo, si è ottenuto un modello più leggero dal punto di vista computazionale, senza compromettere l'accuratezza dei risultati, mantenendo la capacità di rilevare fenomeni vibrazionali e deformazioni significative nel comportamento globale del cerchione. Questo metodo rappresenta una strategia efficiente per affrontare l'analisi di strutture caratterizzate da simmetrie rotazionali, molto comune nell'ambito dell'ingegneria meccanica.

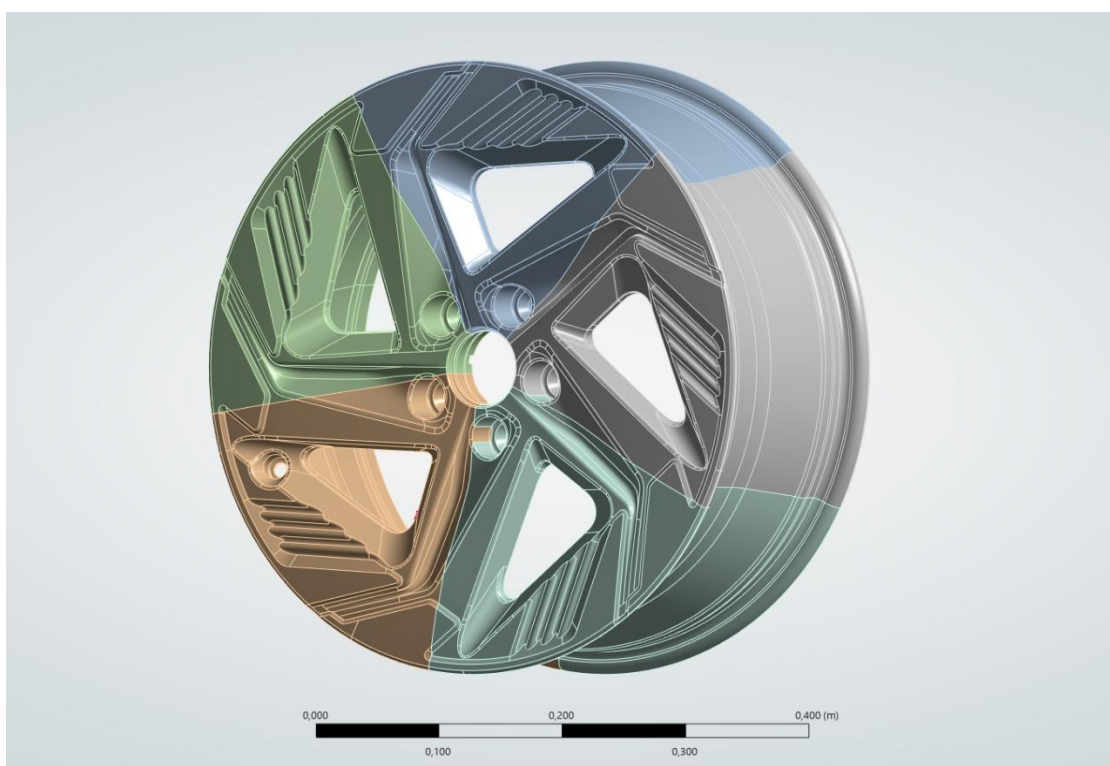


Figura 4.14 Geometria divisa in cinque parti

4.3.2 Set-up RBF Morph

Anche in questo caso per impostare l'ottimizzazione si è sfruttato il software *RBF Morph*, il quale permette l'impostazione di un'analisi BGM.

Nella *Figura 4.15* è riportato l'albero creato in *Ansys Workbench*.

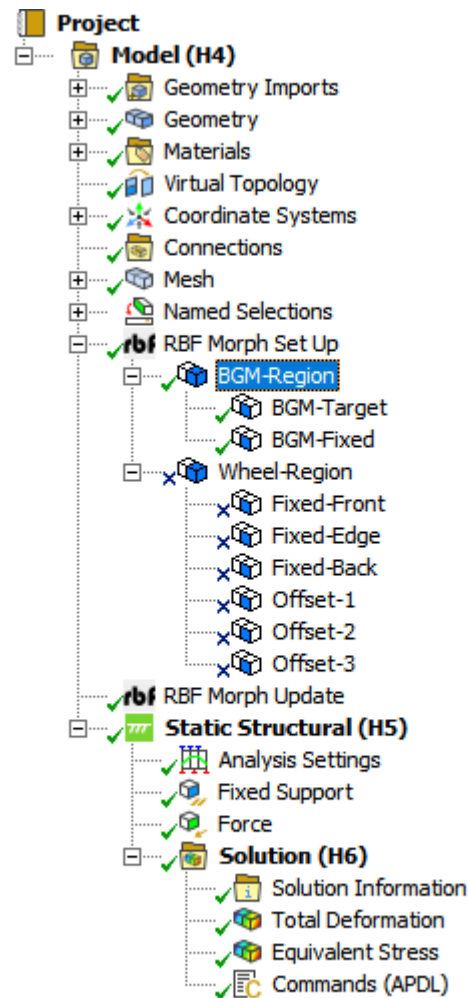


Figura 4.15: Albero ottimizzazione BGM in Ansys Workbench

Il processo ha previsto l'utilizzo del comando “*Accept Morphing*”, il quale consente di consolidare le variazioni applicate alla geometria, rendendole parte integrante della configurazione di partenza per successive analisi. Successivamente si è creata una *RBF Region* rinominata *BGM-Region*, che ha come *Target* l'intero modello. In seguito sotto questa

Region si sono create due *RBF Source*, una che ha lo scopo di fissaggio e l'altra che identifica la zona su cui impostare l'ottimizzazione BGM. Segue una descrizione dettagliata delle *RBF Source* appena citate.

- *BGM-Target*: identifica la zona in cui applicare il BGM, con conseguente riduzione delle tensioni. È stata utilizzata una trasformazione *Surface Offset*, che verrà successivamente approfondita.
- *BGM-Fixed*: identifica le curve che devono rimanere fisse. Questa zona non può essere adiacente alle zone del BGM-Source, altrimenti la variazione della *mesh* non sarebbe graduale, ma improvvisa, generando una configurazione non accettabile. È stata utilizzata una trasformazione *Translation* con valori nulli. (Figura 4.16 e 4.17).

Details of "BGM-Fixed"	
Node Selection	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	3 Edges
Definition	
Transformation	Translation
Translation Definition	Manual
☐ Delta x	0 m
☐ Delta y	0 m
☐ Delta z	0 m
RBF Function	
Degree	1
Combine Select	
Acting On	Undeformed
If Selected Nodes Overlap	Override
Coord Filtering	No
RBF Problem	
☐ Source	0
☐ Target	41

Figura 4.16: Dettagli BGM-Fixed

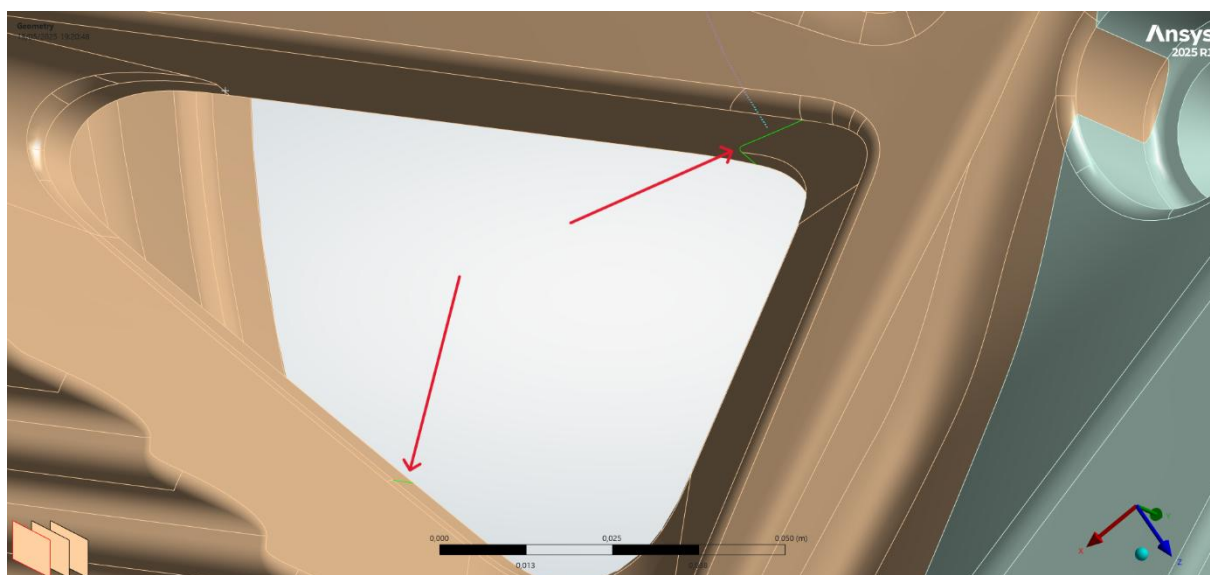


Figura 4.17: Zone modello appartenenti a BGM-Fixed

Nella Figura 4.18 sono riportati dettagli della *BGM-Target*, seguita da una spiegazione dei controlli applicati.

Details of "BGM-Target"	
Node Selection	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Face
Definition	
Transformation	Surface Offset
Offset Type	Driven Value
Offset Along	Surface Normal
Auto Offset	Off
Value Type	von Mises Stress
☐ Threshold Value	80000000 Pa
☐ Max Surf Offset	0,0005 m
Midside Nodes	Skip
Surface Constraint	No
RBF Function	
Degree	3
Combine Select	
Acting On	Undeformed
If Selected Nodes Overlap	Override
Coord Filtering	No
RBF Problem	
☐ Source	0
☐ Target	1073

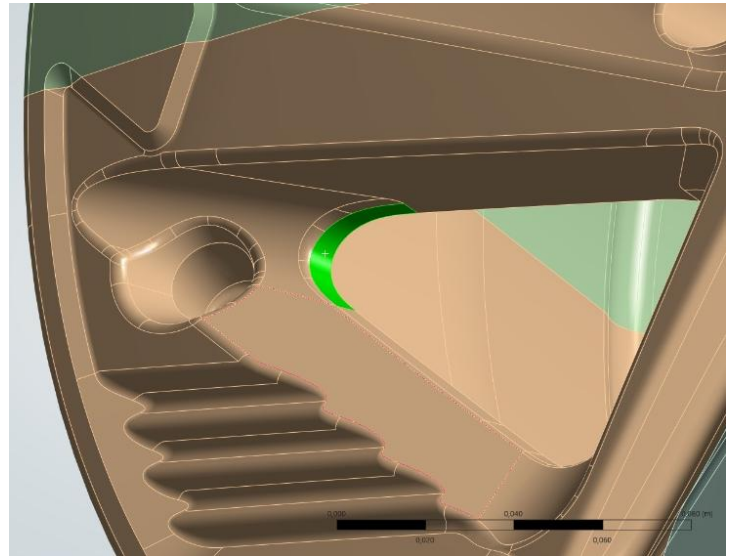
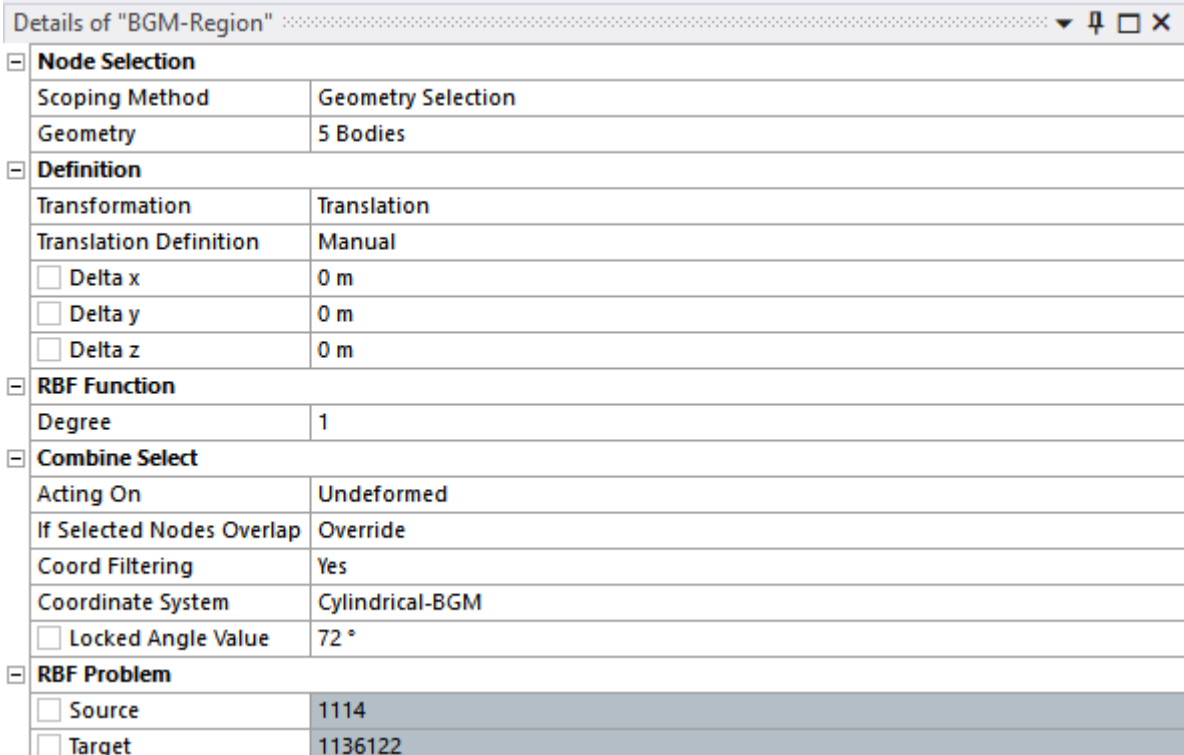


Figura 4.18: (a) *BGM-Target*; (b) zone modello appartenenti a *BGM-Target*.

- *Transformation*: Surface Offset;
- *Offset Type*: Impostando *Driven Value* il valore di offset non sarà fisso, ma variabile;
- *Threshold Value*: rappresenta la tensione *target*, verso il quale si vuole convergere;
- *Max Surface Offset*: indica lo spostamento massimo che un nodo può compiere per ogni iterazione. All'aumentare del valore impostato, diminuisce il numero di iterazioni necessarie per arrivare a convergenza, ma peggiora la qualità del risultato. Spostamenti eccessivi possono comportare delle criticità;
- *Degree*: indica il grado delle funzioni RBF utilizzate per il calcolo della soluzione. Un valore impostato a tre indica delle funzioni RBF cubiche, ideali per una geometria più complessa.

L'impostazione sulla periodicità della struttura è stata applicata nella *RBF-Region*, rispetto ad un sistema di riferimento cilindrico appositamente creato. (Figura 4.19)



Details of "BGM-Region"	
Node Selection	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	5 Bodies
Definition	
Transformation	Translation
Translation Definition	Manual
☐ Delta x	0 m
☐ Delta y	0 m
☐ Delta z	0 m
RBF Function	
Degree	1
Combine Select	
Acting On	Undeformed
If Selected Nodes Overlap	Override
Coord Filtering	Yes
Coordinate System	Cylindrical-BGM
☐ Locked Angle Value	72 °
RBF Problem	
☐ Source	1114
☐ Target	1136122

Figura 4.19: Dettagli della BGM-Region

Prima di avviare l'analisi è necessario configurare correttamente il modulo *RBF Morph*, in particolare definendo lo *Shape ID*, ovvero l'identificatore associato alla forma da modificare durante il processo di ottimizzazione. Questo parametro, disponibile all'interno dell'ambiente *RBF Morph Set-up*, consente al software di associare le deformazioni calcolate dal metodo BGM alla mesh geometrica corrispondente. La parametrizzazione dello *Shape ID* rappresenta un passaggio fondamentale, in quanto permette di tracciare con precisione le modifiche introdotte nel corso delle iterazioni morfologiche. L'interfaccia di configurazione è riportata in Figura 4.20.

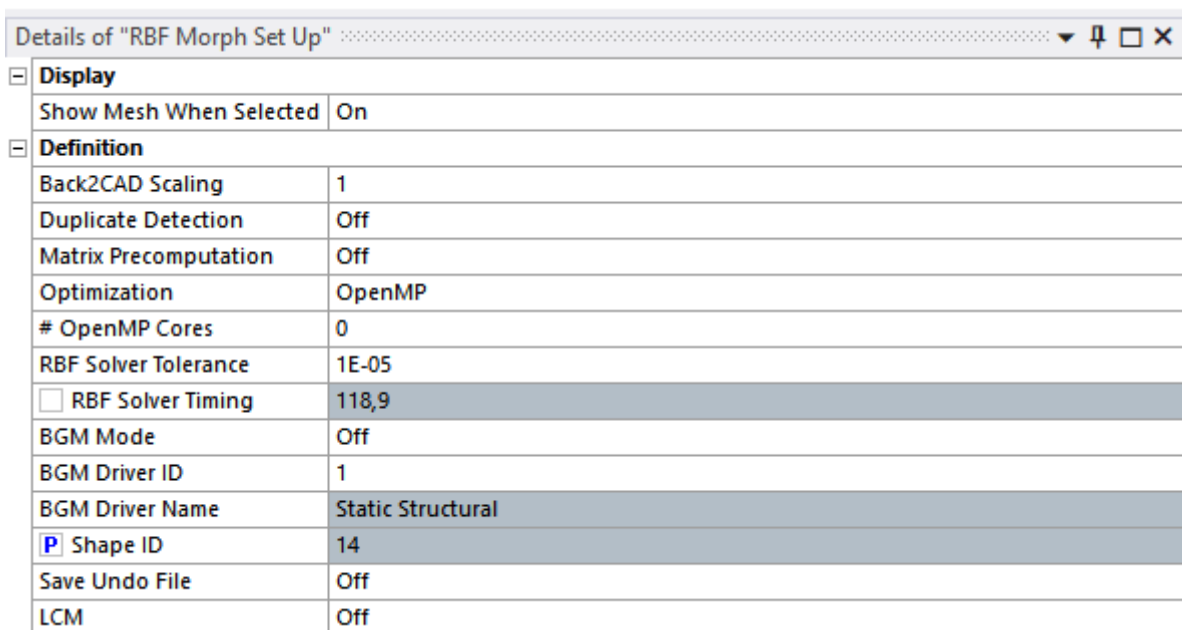


Figura 4.20: Configurazione parametrica Shape ID

In parallelo, è necessario definire i parametri di output da monitorare durante il processo. In questa analisi, si è scelto di considerare due grandezze chiave: le tensioni massime e la massa complessiva del componente. Le tensioni massime consentono di valutare l'efficacia della ridistribuzione tensionale ottenuta tramite il BGM, costituendo un indicatore diretto della riuscita dell'ottimizzazione. La massa, invece, assume un ruolo di controllo, poiché il meccanismo alla base del metodo BGM tende ad aggiungere materiale nelle zone più sollecitate. Sebbene ciò sia utile per ridurre i picchi tensionali, comporta un inevitabile aumento della massa.

Pertanto, il monitoraggio della massa durante le iterazioni è fondamentale per evitare che l'intervento correttivo sulle tensioni comprometta l'ottimizzazione dimensionale precedentemente effettuata. L'obiettivo è trovare un bilanciamento tra efficienza strutturale e contenimento della massa, preservando il guadagno ottenuto nella prima fase dell'ottimizzazione. Una variazione contenuta della massa, a fronte di un netto miglioramento della distribuzione delle tensioni, sarà considerata accettabile; viceversa, un incremento eccessivo renderebbe vano il beneficio ottenuto.

4.3.3 Set-Up Analisi Ansys

Per condurre l'analisi si sfrutta nuovamente la funzionalità di analisi parametrica presente in Ansys Workbench. Il numero di Design Points necessari per convergere alla tensione *target* dipende dalla scelta del *Max Surface Offset*, precedentemente discusso. Nel caso trattato sono stati necessari 22 *Design Points*. Nella Figura 4.21 è riportata l'interfaccia dell'analisi parametrica impostata in *Ansys Workbench*.

Table of Design Points							
	A	B	C	D	E	F	G
1	Name	P1 - RBF Morph Set Up Shape ID	P2 - Equivalent Stress Maximum	P3 - my_Mass	☒ Retain	Retained Data	Note
2	Units		Pa				
3	DP 20	0	9,3098E+07	13,72	☒	✓	
4	DP 21	1	9,2499E+07	13,732	☒	✓	
5	DP 22	2	9,1903E+07	13,744	☒	✓	
6	DP 23	3	9,1304E+07	13,756	☒	✓	
7	DP 24	4	9,0718E+07	13,768	☒	✓	
8	DP 25	5	9,0115E+07	13,781	☒	✓	
9	DP 26	6	8,952E+07	13,794	☒	✓	
10	DP 27	7	8,8917E+07	13,807	☒	✓	
11	DP 28	8	8,831E+07	13,821	☒	✓	
12	DP 29	9	8,7707E+07	13,835	☒	✓	
13	DP 30	10	8,7097E+07	13,849	☒	✓	
14	DP 31	11	8,6492E+07	13,863	☒	✓	
15	DP 32	12	8,5886E+07	13,878	☒	✓	
16	DP 33	13	8,5275E+07	13,893	☒	✓	
17	DP 34 (Current)	14	8,466E+07	13,909	☒	✓	
18	DP 35	15	8,4049E+07	13,924	☒	✓	
19	DP 36	16	8,3436E+07	13,94	☒	✓	
20	DP 37	17	8,2815E+07	13,956	☒	✓	
21	DP 38	18	8,2201E+07	13,973	☒	✓	
22	DP 39	19	8,159E+07	13,989	☒	✓	
23	DP 40	20	8,0986E+07	14,006	☒	✓	
24	DP 41	21	8,037E+07	14,023	☒	✓	
25	DP 42	22	7,9761E+07	14,041	☒	✓	
*					☐		

Figura 4.21: Interfaccia analisi parametrica BGM in Ansys Workbench

Infine si è proceduto con la realizzazione di un grafico cui vengono riportati gli andamenti della massa e delle tensioni per ogni *Design Point*.(Figura 4.22)

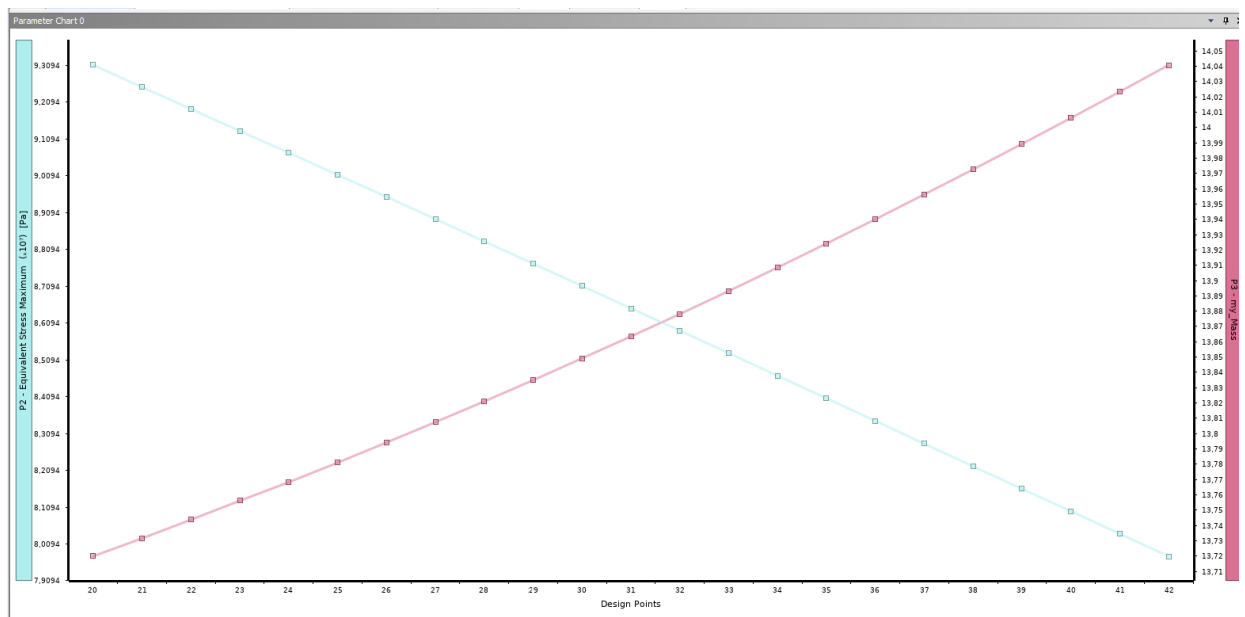


Figura 4.22: Grafico dei risultati BGM

Dall'analisi del grafico si evince come ad una diminuzione della tensione corrisponda un aumento della massa, come precedentemente supposto.

Nella sezione successiva verrà presentata la configurazione scelta.

4.3.4 Risultati

In questa sezione vengono presentati e analizzati i risultati ottenuti nelle diverse fasi del processo di ottimizzazione. L'obiettivo è valutare l'efficacia della strategia adottata, confrontando tre configurazioni distinte del componente:

- il modello originale, fornito da Nissan, corrispondente alla geometria iniziale prima di qualunque intervento di ottimizzazione;
- il modello alleggerito, ottenuto tramite mesh morphing con riduzione di massa, soggetto a vincoli di spessore e limiti dimensionali;
- il modello ottimizzato in tensione, ottenuto applicando il *BGM* alla configurazione alleggerita.

L'analisi si concentra su due parametri principali: la massa totale del componente e la distribuzione delle tensioni equivalenti di Von Mises, valutata per ciascuna delle tre configurazioni.

Tra le diverse configurazioni ottenute tramite applicazione iterativa del *BGM*, è stata selezionata come configurazione ottimale quella caratterizzata da una massa pari a *13,09 kg* e una tensione massima di *84,6 MPa*, corrispondente allo *Shape ID 14* (Tabella 4.3).

Tabella 4.3: Configurazione scelta

<i>Shape ID</i>	<i>Tensione Massima</i>	<i>Massa</i>
14	84,66 MPa	13,91 kg

La scelta di questa configurazione si fonda su una valutazione bilanciata tra efficienza meccanica e riduzione di massa, due obiettivi spesso contrastanti nei processi di ottimizzazione strutturale.

Per contestualizzare questa selezione, si riportano i dati chiave:

Tabella 4.4: Confronto parametri configurazioni

Configurazione	Tensione Massima (MPa)	Massa (Kg)
Baseline	81,24	14,1
Ottimizzata solo in massa	93,10	13,72
Configurazione scelta (BGM)	84,66	13,91
Ultima configurazione BGM	79,8	14,04

Come si può osservare:

- la configurazione alleggerita senza BGM ha raggiunto una massa di 13,72 kg ma al prezzo di un significativo aumento della tensione massima del 14,3% rispetto al modello iniziale,
- la configurazione finale BGM ha ridotto efficacemente le tensioni, ma a fronte di un incremento di massa quasi equivalente a quella originale,
- la configurazione selezionata rappresenta un compromesso ottimale, in quanto:
 - riduce la massa complessiva del 1,35% rispetto al modello iniziale,
 - contiene l'incremento della tensione massima entro il 4% rispetto alla geometria originale,
 - migliora sensibilmente il rapporto prestazione/peso rispetto alle altre soluzioni.

In altre parole, si è rinunciato a un'ulteriore riduzione della tensione in favore di una soluzione molto più leggera, senza però cadere nell'eccesso opposto rappresentato dal modello solo alleggerito, che pur essendo più leggero della configurazione iniziale, presenta un sovraccarico meccanico non trascurabile.

Questa scelta è coerente con una logica progettuale multi-obiettivo, in cui né la riduzione di massa né la riduzione delle tensioni rappresentano obiettivi assoluti, ma parametri da bilanciare all'interno di un quadro prestazionale complessivo. In particolare, si è preferita

una configurazione robusta, alleggerita e ben bilanciata, che garantisca buone prestazioni sia in termini strutturali che in termini di efficienza materiale.

Nella *Figura 4.23* sono illustrate le modifiche geometriche introdotte in prossimità dell'hotspot principale. Tali variazioni si replicano in modo simmetrico anche negli altri quattro hotspot presenti nella struttura, in virtù dell'impostazione dell'analisi ciclica. Si osserva in particolare un ammorbidimento del raccordo, ottenuto mediante l'aumento del raggio di curvatura e la localizzata aggiunta di materiale nelle aree più sollecitate, al fine di ridurre la concentrazione di tensione.

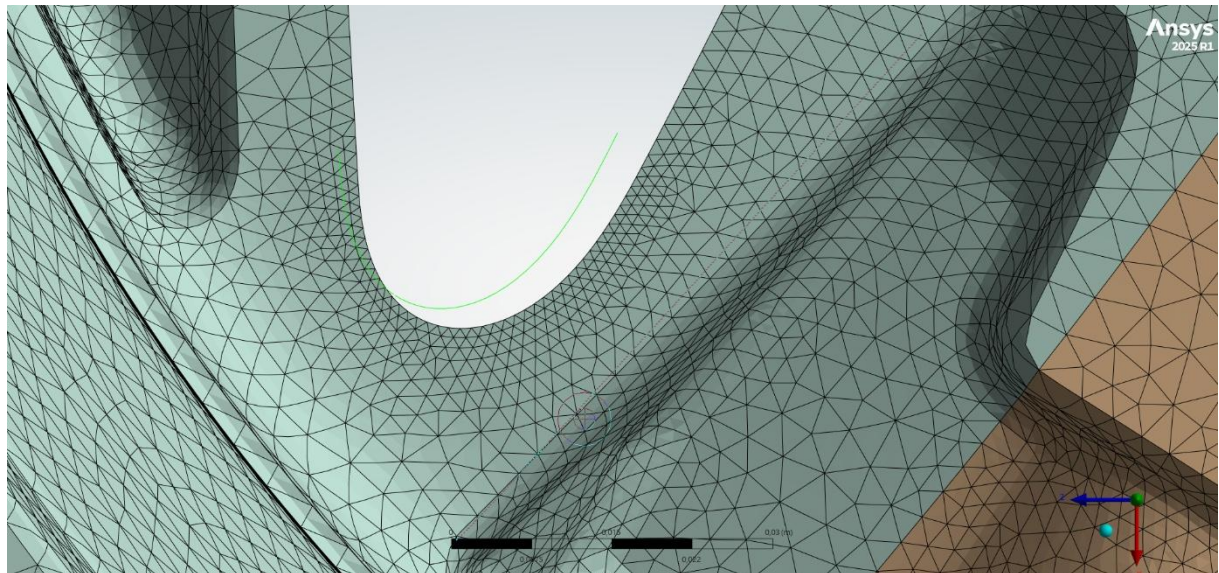


Figura 4.23: Variazione raccordo hotspot.

Va sottolineato che la scelta della configurazione ottimale non rappresenta necessariamente una soluzione univoca e assoluta. In un contesto industriale reale, la selezione finale del modello dipende da molteplici fattori, non solo strutturali, ma anche tecnologici, funzionali e multidisciplinari.

Ad esempio, nel caso in cui l'azienda, sulla base di ulteriori prove di resistenza strutturale, come test a fatica, impatti, vibrazioni o di analisi fluido-dinamiche, legate a raffreddamento, aerodinamica o dissipazione termica, ritenesse che un incremento della tensione massima sia comunque accettabile e compatibile con i criteri di progetto, si potrebbe legittimamente

optare per una configurazione a massa inferiore, anche a fronte di sollecitazioni localmente più elevate.

Questo tipo di valutazione rientra nella logica di progetto multi-obiettivo, in cui le variabili ottimali vengono selezionate in base a priorità e vincoli specifici del contesto applicativo. La configurazione da *13,72 kg e 93 MPa*, ad esempio, rappresenta una soluzione più leggera e quindi potenzialmente vantaggiosa dal punto di vista dinamico o funzionale, purché le tensioni risultanti rientrino nei margini di sicurezza definiti per il componente in questione. In questo senso, il processo di ottimizzazione sviluppato è da intendersi come strumento flessibile che mette a disposizione dell'azienda un ventaglio di soluzioni tecnicamente valide, lasciando alla fase progettuale definitiva la libertà di selezionare la configurazione più adatta in funzione del compromesso tra peso, resistenza e requisiti secondari.

CONCLUSIONI

L'obiettivo principale di questo lavoro è stato quello di presentare un metodo efficace per l'ottimizzazione strutturale di un cerchione automobilistico, partendo da una geometria reale e vincolata, come avviene tipicamente nei processi industriali regolati da logiche di tipo *design-first*. In questo contesto, il cerchione non rappresenta solo un elemento tecnico, ma anche un componente dal forte valore estetico, progettato inizialmente sulla base di considerazioni stilistiche e solo successivamente sottoposto a ottimizzazioni funzionali.

Il lavoro ha avuto origine dalla collaborazione con Nissan, che ha fornito il modello CAD del cerchione su cui sono state condotte tutte le analisi. A partire da questo modello, è stato avviato un processo di ottimizzazione numerica articolato in due fasi principali. Nella prima, si è proceduto alla riduzione della massa del componente attraverso tecniche di *mesh morphing*, assicurandosi che le tensioni rimanessero entro limiti accettabili. In seguito, si è intervenuti sulla distribuzione delle sollecitazioni mediante l'applicazione del metodo *BGM*, una tecnica ispirata alla crescita adattativa delle strutture biologiche, che consente di migliorare la risposta meccanica locale della geometria aggiungendo materiale nei punti più sollecitati e rimuovendolo nelle zone scarsamente stressate.

L'analisi dei risultati ha permesso di confrontare diverse configurazioni ottenute nel corso delle iterazioni, considerando sia le variazioni di massa sia l'evoluzione delle tensioni massime. È emerso che il metodo *BGM* consente di ridurre significativamente i picchi tensionali rispetto al modello alleggerito iniziale, con un incremento di massa contenuto e pienamente giustificabile dal miglioramento prestazionale. La configurazione finale selezionata rappresenta un compromesso efficace tra riduzione del peso e miglioramento della distribuzione delle sollecitazioni, rispondendo positivamente agli obiettivi iniziali del progetto.

Il metodo proposto si è dimostrato flessibile, robusto e compatibile con geometrie reali e complesse. Tuttavia, il lavoro svolto costituisce solo un primo passo verso un approccio multidisciplinare all'ottimizzazione del cerchione. Tra i possibili sviluppi futuri si

individuano, in particolare, l'integrazione di analisi aerodinamiche, che permetterebbero di quantificare l'impatto del design sulla resistenza all'avanzamento e sui consumi energetici, e lo studio della risposta del componente alla corrosione, essenziale per valutare la durabilità in condizioni ambientali reali.

Infine, il processo mostrato in questa tesi si presta ad essere esteso ad altri componenti dell'autoveicolo, offrendo un modello operativo generalizzabile che integra esigenze estetiche e prestazioni strutturali all'interno di un flusso di lavoro ingegneristico fondato su simulazioni numeriche avanzate.

ELENCO DELLE FIGURE

1.1	(a) Frammento di albero che mostra un aumento di diametro solamente sopra il ponte laterale; (b) Mesh FEM di un frammento di albero semplificato in condizioni di stato piano di tensione; (c) Linee di isotensione di Von Mises prima di simulare la crescita. (d); Struttura in Figura 1(c) dopo la "crescita".	27
2.1	Vista frontale CAD	36
2.2	Vista posteriore CAD	36
2.3	(a) Condizioni di carico Prova d'impatto; (b) Condizioni di vincolo Prova d'impatto	39
2.4	(a) Condizioni di carico Prova di fatica a flessione; (b) Condizioni di vincolo Prova di fatica a flessione.	40
2.5	(a) Condizioni di carico Prova di Durabilità al Carico Verticale;	41
2.6	Preparazione del modello CAD	44
3.1	Controlli globali di Ansys Mechanical	49
3.2	Analisi parametrica Ansys Workbench.	51
3.3	Andamento analisi di convergenza	52
3.4	Parametri globali mesh	54
3.5	Parametri locali mesh	55
3.6	Mesh vista frontale	56
3.7	Mesh vista posteriore	57
3.8	Mesh vista posteriore dettagliata	57
3.9	Distribuzione delle tensioni, "Prova di durabilità al carico verticale"	60
3.10	Distribuzione delle tensioni hotspot, "Prova di durabilità al carico verticale"	61
3.11	Distribuzione delle tensioni, "Prova di impatto"	61
3.12	Distribuzione delle tensioni hotspot, "Prova di impatto"	62
3.13	Distribuzione delle tensioni, " Prova di Fatica a Flessione "	62
3.14	Distribuzione delle tensioni hotspot, " Prova di Fatica a Flessione "	63
4.1	Albero set-up ottimizzazione Ansys Mechanical	71
4.2	(a) Dettagli Fixed-Front; (b) zone modello appartenenti a Fixed-Front	73
4.3	(a) Dettagli Fixed-Edge; (b) zone modello appartenenti a Fixed-Edge	74
4.4	(a) Dettagli Fixed-Back; (b) zone modello appartenenti a Fixed-Back	74
4.5	(a) Dettagli Offset-1; (b) zone modello appartenenti a Offset-1	75
4.6	(a) Dettagli Offset-2; (b) zone modello appartenenti a Offset-2	75
4.7	Dettagli Offset-3	76

4.8	Zone modello appartenenti a Offset-3.....	76
4.9	Codice calcolo massa implementato.....	78
4.10	Shape modifiers testati	82
4.11	Shape modifiers testati	82
4.12	Campo delle tensioni hotspot configurazione base	82
4.13	Campo delle tensioni hotspot configurazione ottimizzata	82
4.14	Geometria divisa in cinque parti	85
4.15	Albero ottimizzazione BGM in Ansys Workbench	86
4.16	Dettagli BGM-Fixed.....	87
4.17	Zone modello appartenenti a BGM-Fixed	88
4.18	(a) BGM-Target; (b) zone modello appartenenti a BGM-Target.	89
4.19	Dettagli della BGM-Region	90
4.20	Configurazione parametrica Shape ID	91
4.21	Interfaccia analisi parametrica BGM in Ansys Workbench	92
4.22	Grafico dei risultati BGM	93
4.23	Variazione raccordo hotspot.	96

ELENCO DELLE TABELLE

1.1	Principali RBF	Errore. Il segnalibro non è definito.	25
2.1	Parametri modello baseline		37
2.2	Parametri caratteristici del materiale.....		37
3.1	Valori analisi di convergenza della mesh.		53
3.2	Parametri della configurazione scelta		55
3.3	Indici di qualità della mesh.....		58
3.4	Risultati analisi FEM		63
4.1	Valori scelti per l'ottimizzazione di massa.		81
4.2	Confronto dei parametri configurazione base e ottimizzata.		81
4.3	Configurazione scelta		94
4.4	Confronto parametri configurazioni		95

BIBLIOGRAFIA

- [1] J. N. Reddy, « *Introduction to the Finite Element Method* », 2018.
- [2] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, « *The Finite Element Method, Volume 1: The Basis* », 2000.
- [3] G. Belingardi, « *Il metodo degli elementi finiti nella progettazione meccanica* ».
- [4] « www.ansys.com » [Online]
- [5] « www.rbf-morph.com » [Online]
- [6] « *RBF Morph User Guide* »
- [7] « *Ansys User Guide* »
- [8] A. Goriely, « *The Mathematics and Mechanics of Biological Growth* », Springer, 2017.
- [9] C. Mattheck, H. Kübler, « *Wood: The Internal Optimization of Trees* », Springer, 1997.
- [10] S. Porziani, C. Groth, W. Waldman, M. E. Biancolini, « *Automatic shape optimisation of structural parts driven by BGM and RBF mesh morphing* », *International Journal of Mechanical Sciences*.
- [11] C. Mattheck, S. Burkhardt, « *A new method of structural shape optimization based on biological growth* », *International Journal of Fatigue*.
- [12] J. Bocko, I. Delyová, J. Kostka, P. Sivák, M. Fil'o, « *Shape Optimization of Structures by Biological Growth Method* », *Applied Sciences*.
- [13] C. Mattheck, M. Teschner, J. Schäfer, « *Mechanical Control of Root Growth: A Computer Simulation* », *Journal of Theoretical Biology*.
- [14] « *Appunti del corso di Elementi costruttivi di macchine* ».
- [15] F. Gabrielli, R. Ippolito, F. Micari, « *Analisi e tecnologia delle lavorazioni meccaniche* »

RINGRAZIAMENTI

“Ringrazio il mio relatore M.E.Biancolini ed il correlatore R.Serenella per l'opportunità e per la loro disponibilità.

Ringrazio la mia famiglia ed i miei amici per avermi accompagnato e supportato durante questo mio percorso.

Un ringraziamento anche a me stesso per aver affrontato ogni sfida con impegno e per aver continuato a credere nei miei obiettivi lungo tutto il percorso di studi.”