

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA TOR VERGATA
MACROAREA DI INGEGNERIA



CORSO DI STUDIO IN
Ingegneria meccanica

TITOLO

*Progettazione aerodinamica interattiva basata su modelli
physics-informed e visualizzazione immersiva*

Relatore:
Prof. *Marco Evangelos Biancolini*

Laureando:
Mihai Alin Helciug
0292623

Correlatore:
Ing. *Emanuele Di Meo*

Anno Accademico 2024/2025

A Enzo e Giorgio

Abstract

Questa tesi esplora lo sviluppo di un Digital Twin aerodinamico interattivo per "Artemide", la vettura Formula SAE dell'Università di Roma Tor Vergata. L'obiettivo principale è stato aggirare l'elevato onere computazionale delle tradizionali simulazioni CFD, realizzando un flusso di lavoro di ottimizzazione immersivo e in tempo reale.

A partire dalla mesh di base del veicolo, è stata implementata una parametrizzazione avanzata di ali e carrozzeria mediante Mesh Morphing usando il software RBF Morph. Questo ha permesso la generazione e la risoluzione automatica di un Design of Experiments (DoE) comprendente 116 configurazioni differenti.

I dati ad alta fedeltà così ottenuti sono stati elaborati tramite Decomposizione ai Valori Singolari (SVD) per addestrare un Modello a Ordine Ridotto (ROM). Tale strumento predittivo è in grado di ricostruire istantaneamente i campi tridimensionali di pressione e velocità. Una volta esportato in formato FMU e integrato in un ambiente di Realtà Virtuale, il sistema crea un ponte diretto tra progettazione e visualizzazione.

Il modello ridotto interattivo non è pensato soltanto come strumento di visualizzazione, ma come componente di un Digital Twin aerodinamico utilizzabile a supporto del setup e della gestione dell'asset vettura. La possibilità di modificare in tempo reale parametri geometrici quali incidenze dei profili, altezze relative e configurazioni di elementi orientabili consente di valutare rapidamente l'effetto delle variazioni sul comportamento aerodinamico globale e locale, favorendo un'interazione diretta tra simulazione, condizioni di pista ed esperienza del pilota. L'architettura finale consente al progettista di modificare fisicamente i parametri geometrici e di osservare l'impatto immediato sui flussi fluidodinamici e sulle prestazioni attraverso un visore VR, trasformando una simulazione tradizionale in un'esperienza dal vivo, interattiva e orientata alle decisioni in pista.

Indice

Introduzione.....	1
1. Fluidodinamica	3
1.1. Richiami di fluidodinamica.....	3
1.2. Forze e coefficienti aerodinamici.....	5
1.3. Equazioni di governo.....	7
1.3.1. Equazione di bilancio della massa.....	9
1.3.2. Equazione di bilancio della quantità di moto	10
1.3.3. Equazione di bilancio dell'energia.....	11
1.3.4. Equazioni di Navier-Stokes.....	12
1.4. Fluidodinamica computazionale	13
1.4.1. Modelli $k - \omega$ e $k - \varepsilon$	15
2. Caso studio.....	17
2.1. Formula SAE.....	17
2.2. Architettura e aerodinamica di Artemide	20
3. Modello CFD e calcoli parametrici.....	23
3.1. Soluzione baseline	23
3.2. RBF Mesh Morphing	28
3.3. Parametrizzazione e preparazione file RBF.....	31
3.3.1. Alettone posteriore	33
3.3.2. Alettone anteriore.....	35
3.3.3. Pance	37
3.3.4. Diffusore.....	40
3.4. Design of Experiments.....	42
3.5. Sensitività e superfici di risposta.....	44
4. Messa a punto di un modello ridotto addestrato sulle simulazioni CFD.....	48
4.1. Modello ridotto	48
4.2. Trasferimento dati.....	54
4.3. Esperienza VR.....	56
5. Conclusioni	60
Bibliografia	61

Introduzione

Nel mondo della Formula SAE, progettare l'aerodinamica significa quasi sempre scontrarsi con i tempi tecnici delle simulazioni CFD. Il problema è puramente pratico: i calcoli sono talmente pesanti da costringere il progettista ad attese infinite, rendendo impossibile capire "in diretta" come reagirebbe il flusso d'aria cambiando, ad esempio, la curvatura di una pancia o l'inclinazione di un flap.

Lavorando sulla monoposto "Artemide" della Scuderia Tor Vergata è stato costruito un modello aerodinamico completamente parametrico. Grazie alle tecniche di Mesh Morphing con RBF Morph, sono state deformate ali e carrozzeria in modo flessibile e automatizzato, arrivando a generare un database di ben 116 diverse configurazioni simulate.

Il vero salto di qualità, però, è stato trasformare questa enorme mole di dati in un "Gemello Digitale" capace di rispondere all'istante. Applicando la Singular Value Decomposition (SVD), sono stati compressi i risultati tridimensionali per addestrare un Modello a Ordine Ridotto (ROM). In termini pratici, questo significa poter ricostruire l'intero campo di velocità e pressione in pochi millisecondi, con una precisione che si avvicina al solutore CFD originale.

Portando questo modello dentro la Realtà Virtuale, il risultato è una galleria del vento digitale a tutti gli effetti. Non si tratta più solo di guardare dei dati: ora l'utente può manipolare le geometrie della vettura e osservare pressioni che si aggiornano in tempo reale davanti ai propri occhi, rendendo l'ottimizzazione aerodinamica un processo finalmente fluido e intuitivo.

Ma il Digital Twin aerodinamico qui sviluppato non è pensato soltanto come strumento di visualizzazione o progettazione immersiva. La sua architettura lo rende un potenziale supporto anche per il setup e la gestione dell'asset vettura: la possibilità di modificare in tempo reale parametri geometrici come incidenze dei profili, altezze da terra e configurazioni di elementi orientabili consente di valutare rapidamente l'effetto delle variazioni sul comportamento aerodinamico globale e locale.

In quest'ottica, il modello interattivo può aiutare a interpretare come piccole variazioni di setup influenzino carichi, bilanciamento aerodinamico e distribuzioni locali di pressione, anche su grandezze difficili o impossibili da misurare direttamente, creando un collegamento diretto tra simulazione, condizioni di pista ed esperienza del pilota.

1. Fluidodinamica

1.1. Richiami di fluidodinamica

La fluidodinamica è la branca della meccanica del continuo che studia il comportamento dei fluidi in movimento, analizzando le cause e le forze che ne determinano la cinematica e la dinamica.

La formulazione matematica di un problema fluidodinamico comporta la scrittura di complessi sistemi di equazioni differenziali alle derivate parziali, il cui scopo è descrivere fisicamente le leggi di conservazione universali (massa, quantità di moto ed energia) all'interno del dominio spaziale. Poiché la risoluzione per via analitica di tali equazioni risulta matematicamente impossibile per la quasi totalità delle geometrie e delle applicazioni ingegneristiche reali, la prassi moderna si affida a metodi di risoluzione numerica.

L'obiettivo ultimo di questa disciplina, e delle analisi ad essa collegate, è ricavare le grandezze fisiche fondamentali del campo fluido al fine di prevedere con precisione l'interazione aerodinamica tra il fluido in moto e i corpi solidi immersi in esso.

Si definisce fluido una sostanza che, sottoposta a uno sforzo di taglio, si deforma in modo continuo e illimitato. A differenza di quanto avviene nei corpi solidi, nei fluidi gli sforzi di taglio (τ) non sono proporzionali alla deformazione subita, ma alla *velocità* di deformazione. Per i fluidi definiti "newtoniani", tale relazione è lineare ed è espressa dalla legge di Newton:

$$\tau = -\mu \frac{dv}{dy}$$

Il coefficiente di proporzionalità prende il nome di viscosità dinamica e rappresenta l'attrito interno del fluido, ovvero la resistenza che gli strati di fluido oppongono allo scorrimento relativo.

L'effetto macroscopico della viscosità si manifesta nell'interazione tra il fluido in moto e una superficie solida: a causa del cosiddetto *principio di aderenza*, le particelle di fluido a diretto contatto con una parete ferma si arrestano, assumendone la velocità nulla.

Il valore della viscosità dinamica dipende dalla natura del fluido e dalle condizioni termodinamiche. Nello specifico, essa è fortemente influenzata dalla temperatura:

- Nei liquidi: la viscosità diminuisce all'aumentare della temperatura, a causa dell'indebolimento delle forze di coesione intermolecolare.
- Nei gas: la viscosità aumenta all'aumentare della temperatura, poiché la maggiore agitazione termica incrementa la frequenza delle collisioni tra le particelle, ostacolando il moto macroscopico.

Infine, ai fini della risoluzione delle equazioni di governo, risulta utile introdurre la viscosità cinematica (ν), definita come il rapporto tra la viscosità dinamica e la densità (ρ) del fluido:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

A differenza della viscosità dinamica, che rappresenta una resistenza a una forza, la viscosità cinematica esprime la diffusività della quantità di moto all'interno del campo di flusso.

Il numero di Reynolds (Re) è uno dei parametri adimensionali più importanti della fluidodinamica, utilizzato per discriminare il regime di moto di un fluido, ovvero la sua natura laminare o turbolenta. Esso esprime fisicamente il rapporto locale tra le forze d'inerzia e le forze viscosi agenti all'interno del campo di flusso: all'aumentare di tale valore, le forze inerziali diventano predominanti rispetto a quelle viscosi, determinando l'instabilità del flusso e il passaggio a un regime di tipo turbolento.

La transizione tra i due regimi dipende strettamente dalle condizioni operative, dalla natura del fluido e dalla morfologia del corpo investito. Nello specifico, il numero di Reynolds è calcolabile tramite la seguente espressione:

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu}$$

Dove ρ rappresenta la densità del fluido, v la velocità macroscopica del flusso, L una lunghezza caratteristica della geometria analizzata (ad esempio, la corda di un profilo alare), μ la viscosità dinamica e ν la viscosità cinematica.

La discriminazione del regime di moto riveste un'importanza fondamentale nello studio aerodinamico. Come descritto nel celebre diagramma di Moody per i flussi interni, anche nell'aerodinamica esterna la natura del livello di turbolenza altera significativamente l'interazione tra fluido e parete solida. Un numero di Reynolds differente modifica l'estensione dello strato limite e i punti di separazione della vena fluida, influenzando in modo drastico la generazione delle forze aerodinamiche di portanza e resistenza sull'intero veicolo.

Infine, questo parametro è alla base del principio di similitudine fluidodinamica. Nelle prove sperimentali condotte in galleria del vento su modelli in scala ridotta, l'uguaglianza del numero di Reynolds tra il modello e il veicolo reale è la condizione necessaria per garantire la corretta riproduzione dei fenomeni turbolenti e validare i risultati fisici ottenuti.

1.2. Forze e coefficienti aerodinamici

Nell'ottica dell'ottimizzazione aerodinamica di una vettura da competizione come la Formula SAE, risulta fondamentale analizzare le forze generate dall'interazione tra il veicolo in moto e il campo fluido circostante.

Tali azioni aerodinamiche, scomposte vettorialmente rispetto al sistema di riferimento del veicolo, si dividono in due componenti principali che influenzano drasticamente le prestazioni dinamiche:

- Resistenza all'avanzamento (Drag): Rappresenta la componente della forza parallela e contraria alla direzione del moto. Essa causa il rallentamento del corpo ed è strettamente dipendente dall'ingombro della sezione frontale e dalla morfologia del veicolo.

- Portanza (Lift): Costituisce la risultante delle forze ortogonali al suolo. Per convenzione, assume segno positivo quando è diretta verso l'alto (generando una spinta che tende a sollevare il corpo) e segno negativo quando è diretta verso il basso. In quest'ultimo caso si definisce deportanza (down force): un effetto di fondamentale importanza nel motorsport, ricercato appositamente per schiacciare il veicolo al suolo e incrementare l'aderenza degli pneumatici.

L'obiettivo della progettazione aerodinamica è gestire ed enfatizzare queste componenti in funzione degli obiettivi prestazionali richiesti dall'applicazione specifica.

Al fine di quantificare le azioni aerodinamiche in modo indipendente dalle dimensioni assolute del corpo e dalle condizioni del moto, le forze interagenti vengono espresse attraverso parametri adimensionali. Il coefficiente di resistenza aerodinamica C_d è definito come il rapporto tra la forza di resistenza D e il prodotto tra la pressione dinamica del flusso indisturbato e l'area di riferimento frontale A :

$$C_d = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho v^2 A}$$

Tale parametro è funzione quasi esclusiva della forma geometrica del corpo investito. Un profilo aerodinamico ottimizzato, capace di ritardare il distacco dello strato limite e favorire il ricongiungimento dei filetti fluidi nella zona di coda, ridurrà l'intensità dei vortici di scia, minimizzando di fatto il valore del C_d .

Analogamente, il coefficiente di portanza C_l a dimensiona l'azione verticale scambiata tra fluido e veicolo:

$$C_l = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho v^2 A}$$

Nelle applicazioni terrestri ad alte prestazioni, come la Formula SAE, l'obiettivo primario è generare elevati valori di deportanza (down force) cercando di contenere

l'aumento della resistenza all'avanzamento. Tuttavia, queste due grandezze risultano fisicamente interdipendenti: la ricerca di un maggiore carico aerodinamico comporta un inevitabile incremento del drag.

Per quantificare la bontà di questo compromesso progettuale e valutare le prestazioni complessive del pacchetto aerodinamico, si introduce il concetto di efficienza aerodinamica, definita come il rapporto tra il coefficiente di portanza e quello di resistenza:

$$eff = \frac{C_l}{C_d}$$

Questo indice rappresenta un parametro guida fondamentale nel processo di sviluppo della vettura, indicando quanto carico verticale il veicolo è in grado di generare a fronte di una determinata penalità in termini di resistenza all'avanzamento.

Nell'intervallo di velocità di gara della vettura (circa 10-30 m/s), i coefficienti C_d e C_l si mantengono approssimativamente costanti al variare del Reynolds, in quanto il flusso attorno a corpi tozzi e ali ad alto carico opera in regime pienamente turbolento con zone di separazione fisse, che attenuano la dipendenza dal numero di Reynolds.

1.3. Equazioni di governo

Le equazioni che governano i fenomeni fluidodinamici costituiscono un sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali, comunemente note come equazioni di Navier-Stokes. Esse traggono origine dall'applicazione analitica di tre principi fisici fondamentali: la conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia.

Lo studio cinematico e termodinamico di un campo di moto può essere affrontato adottando due formulazioni concettualmente distinte:

- L'approccio Lagrangiano (Strutture): si basa sull'osservazione diretta del sistema chiuso, seguendo l'evoluzione temporale e spaziale della singola particella fluida lungo la sua traiettoria. Nelle strutture dobbiamo conoscere la storia della deformazione di ogni singola particella per calcolare tensioni e sforzi. Poiché i solidi subiscono spostamenti limitati, la griglia rimane ordinata e non si distorce eccessivamente.
- L'approccio Euleriano (Fluidi): sposta il focus sull'osservazione spaziale, analizzando la variazione delle proprietà del flusso all'interno di una regione geometrica fissa, definita volume di controllo e delimitata da superfici di controllo. I fluidi subiscono deformazioni estreme. Se usassimo il metodo lagrangiano, la mesh verrebbe trascinata e annodata dal flusso in pochi istanti. Con l'approccio euleriano, invece, monitoriamo cosa accade in punti precisi dello spazio, ottenendo campi di pressione e velocità stabili e pronti per l'analisi aerodinamica.

Sebbene i principi di conservazione siano deducibili in modo più intuitivo seguendo la formulazione Lagrangiana, per la quasi totalità delle applicazioni ingegneristiche e computazionali (CFD) risulta decisamente più vantaggioso l'utilizzo della formulazione Euleriana.

Il passaggio matematico tra i due sistemi di riferimento è garantito dal Teorema del Trasporto di Reynolds. Tale espressione stabilisce una relazione rigorosa tra la variazione temporale di una grandezza fisica associata alla massa fluida in moto (Lagrangiana) e il bilancio dei flussi della medesima grandezza che attraversano le superfici del volume di controllo fisso (Euleriana). L'applicazione di questo teorema permette quindi di esprimere universalmente le equazioni della fluidodinamica sia nella loro forma integrale che differenziale.

1.3.1. Equazione di bilancio della massa

Il principio di conservazione della massa si fonda sull'assioma per cui la massa di un sistema termodinamico chiuso non può variare nel tempo. Adottando un approccio euleriano e fissato un volume di controllo arbitrario, tale principio stabilisce che la variazione temporale della massa al suo interno deve essere esattamente bilanciata dalla somma netta dei flussi di massa entranti e uscenti attraverso le superfici di contorno, in assenza di termini sorgente o pozzo.

Per una corrente fluida generica, l'applicazione congiunta del Teorema del Trasporto di Reynolds e del Teorema della Divergenza (o di Gauss) permette di passare dalla formulazione integrale del bilancio alla sua forma differenziale, nota anche come forma conservativa o divergente dell'equazione di continuità:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0$$

Andando a decomporre il campo vettoriale della velocità v nelle sue tre componenti direzionali, la relazione compatta può essere esplicitata per un dominio tridimensionale cartesiano:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0$$

È fondamentale sottolineare un aspetto legato alla modellazione numerica: sebbene le formulazioni in forma integrale e differenziale risultino analiticamente ed esattamente equivalenti nel continuo, esse differiscono sostanzialmente nel momento in cui vengono discretizzate per la risoluzione computazionale. Nello sviluppo dei codici CFD (come Ansys Fluent), la scelta della forma dell'equazione di partenza incide direttamente sulla conservatività intrinseca dello schema numerico adottato.

1.3.2. Equazione di bilancio della quantità di moto

Il principio di conservazione della quantità di moto costituisce la diretta traduzione fluidodinamica della Seconda Legge della Dinamica di Newton. Esso stabilisce che la variazione temporale della quantità di moto di una data massa fluida è in ogni istante pari alla risultante delle forze esterne ad essa applicate.

Tali forze, agenti sul volume di controllo infinitesimo, si suddividono in due categorie:

- Forze di volume (o di massa): proporzionali alla massa del fluido e applicate al suo baricentro (come l'accelerazione di gravità), indicate con il vettore f .
- Forze di superficie: agenti sulle superfici di contorno della particella fluida, generate sia dal campo delle pressioni (p) sia dagli sforzi di taglio di natura viscosa (rappresentati dal tensore degli sforzi τ).

In forma integrale, l'equilibrio dinamico si esprime eguagliando la derivata totale della quantità di moto alla somma delle forze sopracitate:

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = - \oint_S \rho \vec{v} \cdot \hat{n} d$$

Passando alla formulazione differenziale, applicando il teorema della divergenza e scomponendo il campo vettoriale della velocità nelle sue tre direzioni cartesiane (x,y,z), si ottiene il set di equazioni differenziali noto come Equazioni di Navier-Stokes.

Scritte nella loro forma non conservativa, esse descrivono il bilancio delle forze (d'inerzia, di pressione, viscosi e di volume) per ciascun asse del sistema di riferimento:

$$\begin{aligned} \rho \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x \\ \rho \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y \\ \rho \frac{dv_z}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z \end{aligned}$$

1.3.3. Equazione di bilancio dell'energia

Il principio di conservazione dell'energia costituisce la trasposizione in fluidodinamica del Primo Principio della Termodinamica. Esso stabilisce che la variazione temporale dell'energia totale immagazzinata all'interno di un volume di controllo, sommata al flusso netto di energia che ne attraversa le superfici di contorno, deve uguagliare la potenza totale scambiata con l'ambiente esterno sotto forma di calore e di lavoro compiuto dalle forze agenti.

L'energia totale del fluido per unità di massa è esprimibile come la somma dell'energia interna specifica (e) e dell'energia cinetica specifica ($v^2/2$). Trascurando le variazioni di energia potenziale, e applicando il teorema della divergenza per passare alla formulazione differenziale locale, l'equazione dell'energia assume la seguente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right) \right] + \nabla \cdot \left[\rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right) \vec{v} \right] = -\nabla \cdot (p\vec{v}) + \nabla \cdot (\tau \cdot \vec{v}) - \nabla \cdot \vec{q} + \rho(\vec{f} \cdot \vec{v}) + \rho\dot{q}$$

Dove i termini al primo membro rappresentano rispettivamente la variazione locale nel tempo e il trasporto convettivo dell'energia totale

Al secondo membro, invece, figurano i termini sorgente e i flussi energetici:

- Il lavoro compiuto dalle forze di pressione ($-p$).
- Il lavoro compiuto dagli sforzi viscosi di taglio (τ).
- Il flusso di calore trasmesso per conduzione attraverso il fluido (\vec{q} , dipendente dalla conducibilità termica).
- Il lavoro compiuto dalle forze di volume applicate alla massa fluida ($\rho(\vec{f} \cdot \vec{v})$).

L'eventuale calore generato internamente per unità di massa, ad esempio per reazioni chimiche ($\rho\dot{q}$). Nello studio aerodinamico di vetture da competizione, qualora il campo di moto si mantenga a numeri di Mach bassi (flusso incompressibile) e non vi siano scambi termici significativi, il campo fluidodinamico risulta disaccoppiato da quello termico.

In tali condizioni, la risoluzione dell'equazione dell'energia può essere omessa, affidando la determinazione del campo di moto e delle pressioni alla sola integrazione delle equazioni di continuità e della quantità di moto.

1.3.4. Equazioni di Navier-Stokes

L'insieme delle equazioni di conservazione finora descritte (massa, quantità di moto ed energia) costituisce il sistema generale delle equazioni di Navier-Stokes. Nella sua formulazione completa, tale sistema risulta matematicamente aperto: il numero delle incognite (legate alle componenti della velocità, alla pressione, alla densità, all'energia e al tensore degli sforzi) è superiore al numero delle equazioni differenziali disponibili. Per giungere alla chiusura del problema è pertanto indispensabile introdurre relazioni ausiliarie, quali le equazioni di stato termodinamiche e le leggi costitutive del fluido (come l'assunzione di fluido newtoniano).

Tuttavia, la complessità analitica e il relativo costo computazionale per la risoluzione del campo di moto si riducono drasticamente qualora le condizioni operative permettano l'introduzione di opportune ipotesi semplificative.

Nello studio aerodinamico in ambito automotive (come nel caso di una vettura di Formula SAE), le velocità relative dell'aria si mantengono ampiamente al di sotto del limite di compressibilità, caratterizzato da numeri di Mach bassi (generalmente $Ma < 0,3$).

In tale regime subsonico, l'aria si comporta a tutti gli effetti come un fluido incomprimibile e la sua densità può essere assunta come costante in ogni punto del dominio. Questa fondamentale assunzione comporta il completo disaccoppiamento del campo termico da quello fluidodinamico: non essendovi variazioni di densità, l'equazione dell'energia diventa ininfluente ai fini della cinematica del flusso. Di conseguenza, il campo delle velocità e delle pressioni attorno alla vettura può essere determinato in modo esatto e indipendente integrando esclusivamente le equazioni di continuità e della quantità di moto.

1.4. Fluidodinamica computazionale

Fino alla seconda metà del ventesimo secolo, lo studio della fluidodinamica era rilegato a un approccio puramente analitico e sperimentale, limitato dall'impossibilità di risolvere in forma chiusa le complesse equazioni che governano il moto per geometrie non elementari. Con il vertiginoso progresso delle architetture hardware e degli algoritmi software, la fluidodinamica numerica si è affermata come uno degli strumenti più potenti e versatili nell'ingegneria moderna. Essa si occupa della risoluzione numerica dei complessi problemi posti dalla fluidodinamica classica attraverso la discretizzazione di sofisticati modelli matematici. Rispetto alle tradizionali prove sperimentali in galleria del vento, la simulazione computazionale offre il vantaggio di poter estrarre una mole incalcolabile di dati di campo, permettendo al progettista di variare iterativamente la geometria e le condizioni al contorno per riprodurre scenari operativi altamente realistici.

Tuttavia, l'applicazione della CFD all'aerodinamica esterna si scontra con una limitazione intrinseca delle equazioni fondamentali della fluidodinamica.

Il sistema di Navier-Stokes, pur descrivendo deterministicamente il comportamento cinematico e termodinamico di un flusso, risulta matematicamente aperto.

Per i flussi turbolenti — caratterizzati da una natura intrinsecamente tridimensionale, caotica, aleatoria e dipendente dal tempo — non esiste una soluzione analitica esatta.

L'evoluzione dei metodi simulativi ha quindi richiesto lo sviluppo in parallelo di modelli matematici in grado di superare questo limite, approssimando gli effetti che la turbolenza esercita sul campo di moto principale.

L'approccio teoricamente più esatto per ovviare al problema consiste nella Simulazione Numerica Diretta (DNS, Direct Numerical Simulation). In questo approccio, le equazioni di Navier-Stokes vengono risolte numericamente nella loro formulazione non stazionaria, risolvendo l'intero spettro della turbolenza: dalle macro-scale fino alle più piccole scale dissipative. Sebbene offra la massima fedeltà fisica, la necessità di utilizzare una griglia di calcolo estremamente fitta rende la DNS computazionalmente insostenibile.

Poiché la risoluzione richiesta scala con l'aumento del numero di Reynolds, questo approccio è limitato a geometrie basilari e flussi debolmente turbolenti, escludendone l'impiego in campo ingegneristico e nel motorsport.

Un'alternativa che bilancia fedeltà e onere computazionale è rappresentata dai modelli LES (Large Eddy Simulation). Tale approccio si fonda sull'osservazione fisica per cui i vortici di grandi dimensioni possiedono caratteristiche anisotrope e dipendono fortemente dalla morfologia del corpo investito, mentre i vortici a scala microscopica, puramente dissipativi, esibiscono un comportamento quasi universale e isotropo. Il modello LES applica un filtro spaziale: risolve direttamente nel tempo le strutture turbolente primarie (grandi vortici) e si limita a modellare matematicamente l'effetto dissipativo di quelle a scala inferiore (sotto-griglia). Pur offrendo risultati di altissima qualità per i fenomeni non stazionari, i costi computazionali restano comunque troppo elevati per le consuete fasi di ottimizzazione del veicolo.

L'approccio che ad oggi rappresenta lo standard in ambito industriale ed ingegneristico per calcolare flussi turbolenti complessi è basato sulle equazioni RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes). Invece di risolvere le fluttuazioni istantanee, questo metodo ricorre a un approccio statistico noto come decomposizione temporale di Reynolds: ogni grandezza fluidodinamica (come velocità e pressione) viene espressa come la somma del suo valore medio nel tempo e di una componente fluttuante. Sostituendo queste variabili scomposte nelle equazioni di Navier-Stokes, emerge un nuovo termine incognito, definito tensore degli sforzi di Reynolds, che ingloba l'effetto della turbolenza sul flusso medio. Per poter chiudere il sistema di equazioni e procedere alla risoluzione numerica, è necessario introdurre delle equazioni di trasporto aggiuntive. È proprio in questa fase che intervengono i vari modelli di turbolenza RANS (come i modelli a due equazioni), i quali differiscono tra loro per il modo in cui approssimano e calcolano tali sforzi.

1.4.1. Modelli $k - \omega$ e $k - \epsilon$

I modelli fluidodinamici completi più diffusi e consolidati per chiudere tale problema sono i "modelli a due equazioni", i quali introducono due equazioni di trasporto differenziali separate per determinare in modo indipendente la scala delle velocità e la scala delle lunghezze della turbolenza. Il modello standard che rientra in questa classe è il $k - \epsilon$ (k-epsilon). Si tratta di un modello semi-empirico che si basa sull'equazione di trasporto per l'energia cinetica turbolenta (k) e su quella per la sua velocità di dissipazione (ϵ). L'ipotesi fondante di questo modello è che il flusso sia completamente turbolento, rendendolo eccellente per la risoluzione dei flussi lontani dalle pareti (flussi industriali o di scambio termico), ma decisamente meno accurato laddove gli effetti della viscosità molecolare diventano predominanti. Per ovviare a questo problema, è stato sviluppato il modello $k - \omega$ (k-omega), che sostituisce il parametro di dissipazione con la vorticosità specifica (ω), intesa come il rapporto tra la velocità di dissipazione e l'energia cinetica turbolenta.

Questa formulazione si è rivelata estremamente accurata nel prevedere le velocità di diffusione del flusso e il comportamento dello strato limite in prossimità delle pareti solide.

Al fine di ottenere un modello aerodinamico definitivo e versatile, capace di risolvere con la massima precisione qualunque zona del dominio di calcolo, F.R. Menter ha sviluppato un approccio ibrido di avanguardia: il modello $k - \omega$ SST (Shear Stress Transport).

L'obiettivo di questa formulazione è coniugare in un'unica entità la robustezza del modello $k - \omega$ in prossimità delle pareti con il carattere indipendente e affidabile del modello $k - \epsilon$ nel free-stream. Dal punto di vista matematico, il modello $k - \epsilon$ è stato preventivamente riscritto in una formulazione basata su ω . L'interazione tra i due modelli è governata da specifiche funzioni di fusione (blending functions): esse agiscono come un interruttore spaziale che attiva la formulazione $k - \omega$ vicino alle superfici solide e transita fluidamente verso la formulazione $k - \epsilon$ allontanandosi da esse. Inoltre, per garantire una fedeltà fisica superiore, la definizione di viscosità

turbolenta è stata riadattata per tenere in diretta considerazione l'effetto del trasporto dello sforzo di taglio turbolento principale (da cui l'acronimo SST).

Unitamente a una ricalibrazione delle costanti di modellazione, queste caratteristiche rendono il modello $k - \omega$ SST nettamente superiore ai modelli standard nel prevedere fenomeni complessi, quali i distacchi della vena fluida indotti da forti gradienti di pressione avversi. Per tali ragioni, esso rappresenta ad oggi la scelta d'elezione e lo standard industriale per lo studio aerodinamico di profili alari e vetture da competizione. Il modello $k - \omega$ SST (Shear Stress Transport), sviluppato da Menter nel 1994, è considerato uno dei traguardi più importanti nella fluidodinamica computazionale (CFD) per applicazioni industriali e motoristiche.

La sua forza risiede nel risolvere il "conflitto" tra i due modelli classici: il $k - \epsilon$ (che sbaglia vicino alle pareti ma è ottimo lontano) e il $k - \omega$ (che è perfetto vicino alle pareti ma troppo sensibile alle condizioni esterne).

2. Caso studio

2.1. Formula SAE



Figura 1: Formula Student East 2019

La Formula SAE rappresenta una competizione ingegneristica di rilievo internazionale dedicata agli studenti universitari, istituita nel 1981 dalla Society of Automotive Engineers (SAE). L'essenza del concorso risiede nella concezione, nello sviluppo e nella realizzazione pratica di una monoposto in stile formula, la quale viene sottoposta al giudizio di una giuria di professionisti dell'Automotive. L'obiettivo didattico primario è colmare il divario tra la teoria accademica e la pratica industriale, offrendo ai futuri ingegneri un banco di prova altamente formativo per testare le proprie competenze in uno scenario realistico e diffuso su scala globale.

Affinché le prestazioni tra i vari atenei siano bilanciate e venga garantita l'assoluta incolumità dei partecipanti, l'intero processo di sviluppo è severamente vincolato da un regolamento tecnico ufficiale, aggiornato e divulgato annualmente. Tale normativa disciplina minuziosamente ogni comparto del veicolo.

Dal punto di vista della sicurezza passiva, è obbligatoria l'installazione di strutture protettive per il pilota in caso di ribaltamento (Roll Hoop) e l'integrazione di un dispositivo anteriore per la dissipazione dell'energia cinetica, noto come Impact Attenuator. Per quanto concerne specificamente lo sviluppo aerodinamico, le direttive impongono rigidi limiti volumetrici di ingombro, definiti keep-out zones, che confinano l'estensione delle appendici rispetto al suolo e all'asse delle ruote. Oltre agli ingombri, il regolamento impone severi criteri di rigidità strutturale per limitare la flessione dei componenti sotto l'azione del carico aerodinamico. Ulteriori vincoli progettuali derivano dall'interazione con il telaio: la morfologia del musetto, ad esempio, deve presentarsi come una struttura chiusa e priva di spigoli vivi (garantendo un raggio di raccordo minimo di 1 mm), idonea ad alloggiare il sistema di assorbimento degli urti pur consentendo il libero movimento dei braccetti sospensivi.

Il culmine del progetto si concretizza negli eventi ufficiali, strutturati in una rigorosa sequenza di ispezioni e prove valutative.

L'accesso alle sessioni competitive è strettamente subordinato al superamento dello Scrutineering, un severo iter di verifiche tecniche atte a validare la conformità normativa della vettura e della documentazione allegata. Questa fase preliminare include il Tilt Test, in cui la monoposto viene inclinata a 60° per accertare l'assenza di perdite di fluidi e la stabilità laterale; il Noise Test, per il controllo fonometrico delle emissioni acustiche del propulsore; e infine il Brake Test, che richiede l'arresto del veicolo tramite il bloccaggio simultaneo delle quattro ruote.

Ottenuta l'idoneità tecnica, il prototipo e la squadra affrontano due macrocategorie di valutazione:

Eventi Statici

- Business Plan Presentation: Presentazione e difesa di un modello commerciale realistico per la produzione e la vendita della vettura in piccola serie.
- Cost and Manufacturing: Valutazione dettagliata del budget impiegato, dell'analisi dei costi e delle tecniche di produzione e assemblaggio scelte dal team.
- Engineering Design: Discussione tecnica approfondita in cui i progettisti giustificano le scelte ingegneristiche, i dimensionamenti e i modelli di simulazione (inclusa la CFD) davanti a una commissione di esperti.

Eventi Dinamici

- Acceleration: Prova di accelerazione pura su un rettilineo di 75 metri (valutata sul tempo migliore tra i tentativi a disposizione).
- Skid Pad: Percorso a forma di "otto" progettato per misurare esclusivamente l'accelerazione laterale e l'aderenza (grip) della vettura in regime di curva costante.
- Autocross: Circuito sprint di circa 1,5 km, caratterizzato da curve strette e rettilinei brevi, per valutare la reattività, la guidabilità (*handling*) e il potenziale aerodinamico/meccanico.
- Endurance ed Efficiency: La prova principale e più severa. Consiste in una gara di 22 km (con cambio pilota a metà percorso) atta a certificare l'affidabilità strutturale complessiva. Contestualmente, viene misurato il consumo di carburante o di energia per stilare la classifica dell'*Efficiency*.



Figura 2: Artemide durante una prova di Endurance

2.2. Architettura e aerodinamica di Artemide

L'Ateneo di Roma "Tor Vergata" partecipa alle competizioni di Formula SAE a partire dal 2007, con un impegno ininterrotto di docenti e studenti che ha portato, in quasi vent'anni, alla progettazione e realizzazione di dieci prototipi. La prima pubblicazione scientifica legata a questo percorso – "Engine/Vehicle Matching for a FSAE Race Car" (Biancolini, SAE 2007-01-3541) – testimonia come, fin dalle origini, l'attività progettuale si sia accompagnata a un rigoroso contributo di ricerca, consolidando una tradizione che oggi culmina nel lavoro su "Artemide" qui presentato.

Architettura generale e gruppo propulsore

La vettura oggetto del presente studio, denominata 'Artemide', è il prototipo Formula SAE sviluppato dalla Scuderia Tor Vergata per la stagione agonistica. Si tratta di una monoposto a ruote scoperte, conforme al regolamento tecnico, caratterizzata da un telaio tubolare in acciaio. Il propulsore è un quattro cilindri in linea di derivazione Honda CBR600 montato in posizione posteriore-centrale. Le sospensioni sono a doppio triangolo sovrapposto, e la trasmissione è a catena con differenziale autobloccante. La configurazione qui descritta rappresenta l'evoluzione più recente di un percorso progettuale che ha visto un affinamento progressivo del pacchetto aerodinamico rispetto ai prototipi precedenti.

Pacchetto aerodinamico, vincoli regolamentari e componenti

Il pacchetto aerodinamico rappresenta l'aspetto più innovativo e oggetto centrale di questa tesi. Il suo sviluppo è stato guidato, oltre che dagli obiettivi prestazionali, dai rigidi vincoli imposti dal regolamento Formula SAE. In particolare, le appendici alari devono rimanere all'interno delle cosiddette *keep-out zones*: l'ala anteriore, ad esempio, non può superare l'impronta delle ruote anteriori né determinati limiti di altezza, mentre l'ala posteriore è confinata in una sagoma limite posteriore e non può superare 1,2 m di altezza da terra. Altrettanto stringenti sono i criteri di rigidità strutturale e l'assenza di spigoli vivi sulle superfici della carrozzeria.

Tenendo conto di questi vincoli, Artemide monta:

- Ala anteriore multi-elemento: composta da un profilo principale e fino a due flap, vincolata tramite supporti regolabili al telaio. La sua funzione è generare carico deportante e indirizzare il flusso verso il fondo e le pance laterali.
- Ala posteriore biplano: collocata al di sopra del roll bar, con profilo principale e flap, integrata in un pilone centrale.
- Fondo piatto con estrattore posteriore: progettato per generare effetto suolo e incrementare il carico deportante senza penalizzare la resistenza.
- Bodywork laterale avvolgente: le pance laterali coprono il telaio e convogliano i flussi verso il retrotreno, contribuendo a ridurre la resistenza e a gestire il raffreddamento del propulsore.

L'ala anteriore e quella posteriore sono gli elementi su cui si è concentrata di più la parametrizzazione tramite RBF Morph, variando angoli di incidenza, altezza dei flap e curvature.

Modello CFD di partenza: componenti inclusi ed esclusi

Per la costruzione della mesh di base, e la conseguente generazione del dataset aerodinamico, sono state operate scelte precise in merito ai componenti da includere nel modello fluidodinamico. In particolare, la griglia di calcolo comprende: le ali anteriori e posteriori complete di flap e supporti principali, la carrozzeria laterale e il fondo con diffusore, le ruote con i relativi assiemi sospensivi (seppur semplificati) e il pilota modellato come corpo solido. Sono invece state escluse dal dominio fluidodinamico le componenti il cui impatto sui coefficienti globali e sulle distribuzioni di pressione è ritenuto trascurabile, come dadi, bulloneria, cablaggi, dettagli del motore a vista e altri elementi minori. Questa semplificazione, coerente con le pratiche consolidate nelle simulazioni aerodinamiche Formula SAE, ha permesso di concentrare la risoluzione della mesh nelle zone di maggiore interesse aerodinamico (strato limite, scia alare, diffusore).

Dimensioni, specifiche principali e setup

Artemide presenta un passo di circa 1600 mm, carreggiata di circa 1200 mm e un peso in ordine di marcia di circa 230 kg. Le velocità operative in pista variano tra i 40 e gli 80 km/h nelle curve più lente, fino a una velocità massima stimata di circa 120 km/h sui rettilinei. Questo *range* operativo corrisponde a un regime del numero di Reynolds in cui, come verificato tramite simulazioni preliminari, i coefficienti aerodinamici (C_d e C_l) si mantengono approssimativamente costanti. Tale condizione ha permesso di addestrare il Modello a Ordine Ridotto su un unico numero di Reynolds rappresentativo, semplificando il DoE senza perdita di generalità.

Per il progetto del Digital Twin, la mesh di base del veicolo è stata generata a partire dal modello CAD semplificato in SpaceClaim. La configurazione meccanica (assetto, altezze da terra, angoli di sterzo) è stata mantenuta costante in tutte le simulazioni, isolando così l'effetto puramente aerodinamico delle modifiche geometriche e rendendo i dati del DoE direttamente utilizzabili per lo sviluppo del ROM parametrico.



Figura 3: Ala posteriore

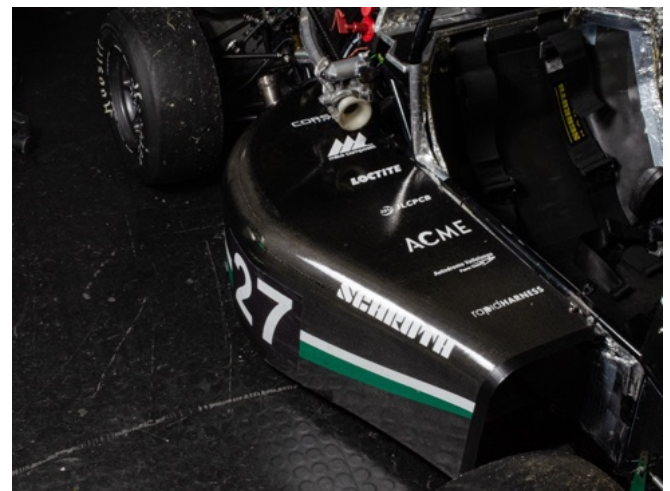


Figura 4: Pancia

3. Modello CFD e calcoli parametrici

3.1. Soluzione baseline

Il presente capitolo descrive la fase operativa di allestimento del setup numerico, volta alla generazione del database di soluzioni necessario per la costruzione del Digital Twin. L'attività qui esposta trova le sue fondamenta nel lavoro di ricerca precedentemente svolto da G. Marica, il cui contributo ha permesso di definire il framework iniziale e le linee guida per lo studio aerodinamico della monoposto Artemide.

Assumendo come riferimento il modello CAD e l'impostazione della mesh derivanti dal lavoro di G. Marica, si è resa tuttavia necessaria una fase di re-ingegnerizzazione della discretizzazione spaziale. Si è proceduto, pertanto, alla generazione di una nuova mesh, appositamente ottimizzata per rispondere alle specifiche esigenze della presente tesi.

Tale ottimizzazione ha riguardato principalmente due aspetti critici: la predisposizione della griglia per le deformazioni tramite RBF Mesh Morphing e la garanzia di una robustezza numerica tale da permettere la simulazione automatizzata di un elevato numero di Design Points (DP).

Questa nuova configurazione è stata progettata per bilanciare l'accuratezza dei risultati con l'efficienza computazionale, fattore imprescindibile per la successiva estrazione dei dati tramite scomposizione SVD e il conseguente addestramento del modello a ordine ridotto (ROM).

Infine, al fine di ridurre sensibilmente i tempi di calcolo senza compromettere la fedeltà della fisica del problema, si è scelto di sfruttare la simmetria longitudinale del veicolo. Di conseguenza, sia il calcolo di baseline che l'intera campagna di simulazioni per l'ottimizzazione sono stati condotti su un dominio simmetrico (mezza mesh), permettendo così una gestione più snella e rapida dell'intero Design of Experiments.

Mediante il software Ansys Meshing è stata generata una nuova mesh di calcolo, appositamente realizzata per soddisfare i requisiti delle simulazioni fluidodinamiche del progetto.

In una fase preliminare, il modello CAD è stato perfezionato e semplificato mediante Ansys SpaceClaim, eliminando dettagli superflui e correggendo eventuali imperfezioni geometriche. Successivamente, in Ansys Meshing, è stata generata una mesh composta da elementi tetraedrici tramite il metodo patch conforming, con l'inserimento di strati limite prismatici (inflation) per una corretta risoluzione del campo di moto in prossimità delle pareti.

Il modello creato presenta **4.841.596** elementi e **1.233.453** nodi con **10.366.855** facce, il procedimento usato ha permesso di ottenere una mesh più fitta e stabile sia per le analisi fluidodinamiche ma anche per la generazione del ROM.

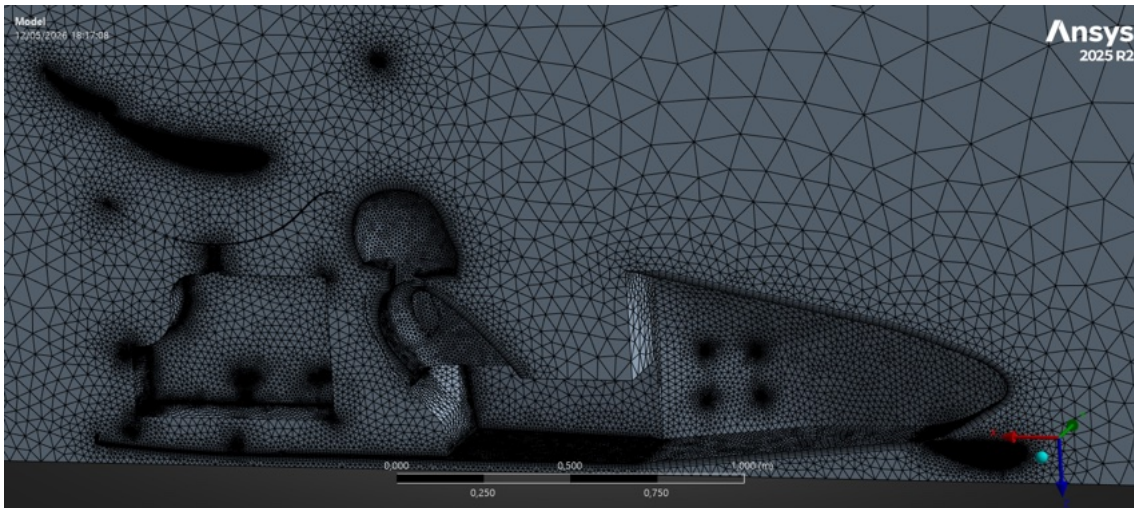


Figura 5: Mesh Artemide in Ansys Meshing

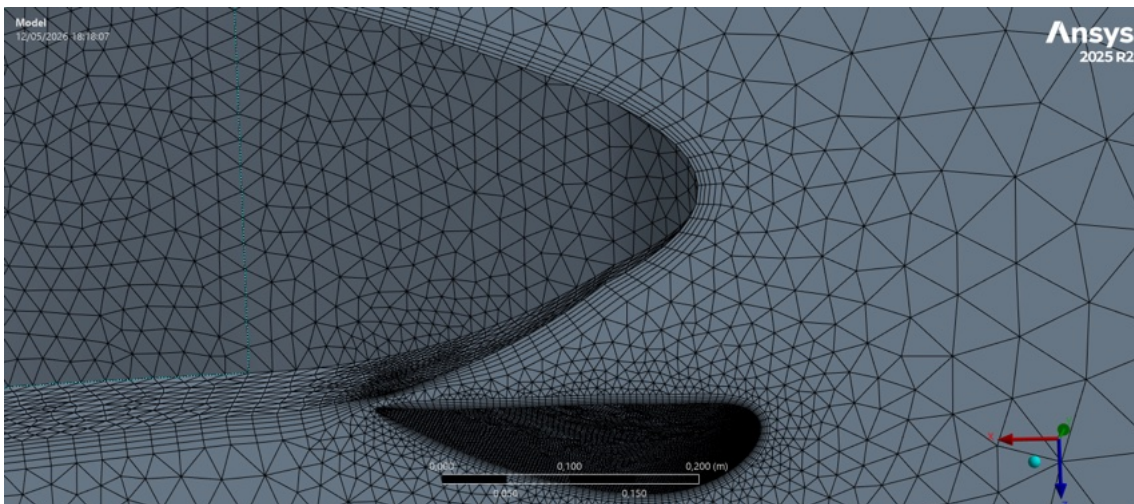


Figura 6: Dettaglio mesh ala anteriore in cui si possono notare le inflation intorno al muso e all'ala anteriore

Una volta completata l'importazione della mesh nell'ambiente Ansys Fluent, è stato effettuato un controllo preliminare sulla qualità della griglia. Sebbene siano state rilevate alcune criticità localizzate su elementi isolati, la qualità volumetrica complessiva è risultata idonea alla risoluzione numerica.

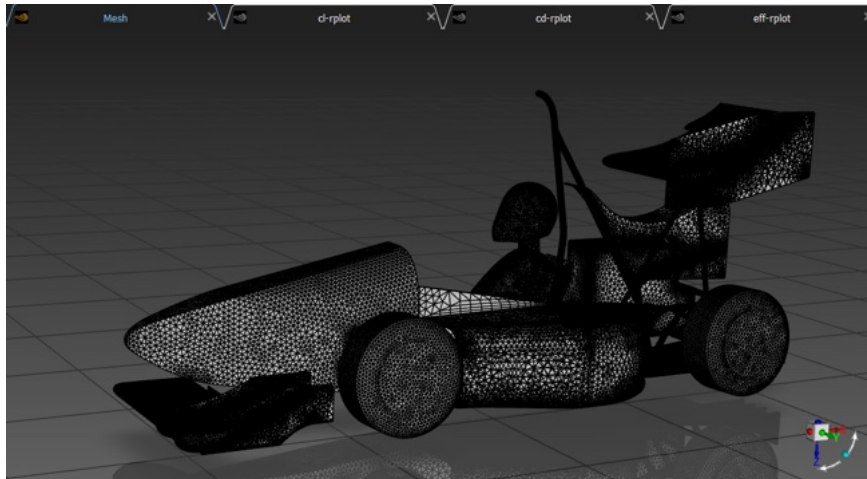


Figura 7: Mesh Artemide in Ansys Fluent

Per la modellazione della turbolenza è stato adottato il modello k-omega SST (Shear Stress Transport), scelto per la sua comprovata affidabilità nel gestire gradienti di pressione avversi e flussi distaccati, tipici delle appendici aerodinamiche di una monoposto. Le condizioni al contorno (Boundary Conditions) sono state definite per replicare il regime operativo standard di una vettura di Formula SAE.

Nello specifico, per la sezione di ingresso (Inlet in blu) è stata impostata una velocità del flusso di 20 m/s (pari a 72 km/h), valore che rappresenta accuratamente la velocità media di percorrenza durante le prove dinamiche degli eventi ufficiali. La sezione di uscita (Outlet in rosso) è stata configurata come "pressure outlet" a pressione statica nulla.

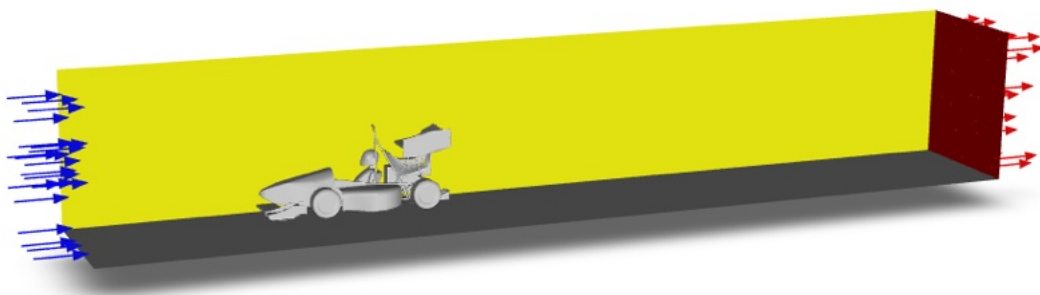


Figura 8: Artemide con enclosure in Ansys Fluent

Per simulare correttamente l'effetto suolo, al piano di calpestio (Ground) è stata assegnata una condizione di parete mobile (Moving Wall) con velocità traslazionale pari a quella del fluido in ingresso, mentre per le restanti pareti della galleria del vento virtuale è stata adottata la condizione di no-slip.

Si sono ottenuti:

- il coefficiente di resistenza $C_d \cong 0,98$
- il coefficiente di deportanza $C_l \cong 1,34$
- l'efficienza aerodinamica complessiva $eff \left(\frac{C_l}{C_d} \right) \cong 1,36$

La simulazione è stata lanciata per un totale di 1000 iterazioni. Dall'analisi dei monitor di convergenza è emerso un comportamento abbastanza stabile dopo un certo numero di iterazioni.

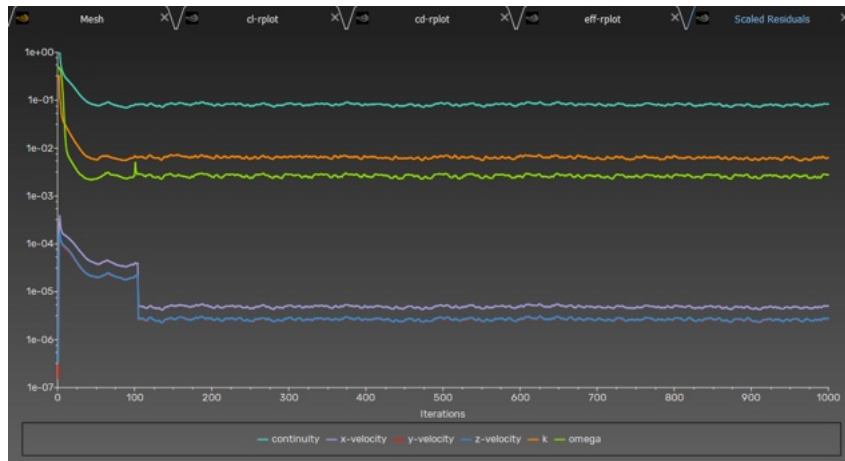


Figura 9: Andamento residui



Figura 10: Calcolo Cd



Figura 11: Calcolo Cl



Figura 12: Calcolo Efficienza

In fase di post-processing, l'analisi dei contorni di pressione statica ha confermato la corretta generazione dei gradienti sui profili alari, responsabili della deportanza complessiva.

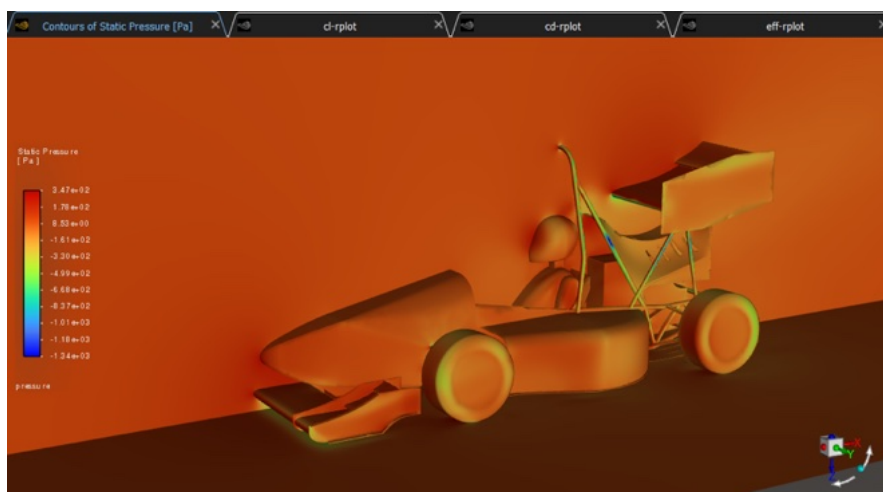


Figura 13: Static Pressure

3.2. RBF Mesh Morphing

Nell'ambito dell'ottimizzazione aerodinamica, la parametrizzazione di forma è il passaggio metodologico fondamentale per poter generare e valutare diverse configurazioni geometriche di un sistema. L'approccio tradizionale prevede la modifica diretta dei parametri sul modello CAD originale (come, ad esempio, la variazione di uno spessore o di una lunghezza); tuttavia, questa strada impone la creazione di una nuova griglia di calcolo per ogni singola configurazione analizzata. Oltre a rappresentare un processo estremamente oneroso in termini di tempi di pre-processing, la continua rimeshatura (re-meshing) altera inevitabilmente la topologia della griglia di partenza, introducendo un rumore numerico che rischia di inquinare il confronto tra i risultati delle simulazioni.

Per ovviare a queste criticità, in questo lavoro di tesi si è scelto di adottare una tecnica di parametrizzazione basata sul Mesh Morphing. Questo approccio innovativo consente di deformare la geometria riposizionando spazialmente i nodi della griglia di calcolo preesistente. In questo modo si ottiene la nuova forma desiderata mantenendo rigorosamente inalterata la topologia originale della mesh, bypassando del tutto la necessità di ricostruire il CAD e di ripetere la discretizzazione del dominio. Il vantaggio che ne deriva è duplice: da un lato si abbattano drasticamente i tempi necessari per l'aggiornamento del modello, dall'altro si elimina alla radice il rumore numerico associato al re-meshing, garantendo una coerenza assoluta nei risultati.

Tra gli approcci matematici disponibili per gestire questa deformazione nodale, uno dei più efficienti e versatili si basa sull'utilizzo delle Radial Basis Functions (RBF). Nello specifico, le simulazioni condotte in questa tesi si sono avvalse del software RBF Morph, un add-on nativamente integrato nell'ambiente Ansys Fluent, che permette di definire e applicare la parametrizzazione di forma direttamente all'interno del solutore fluidodinamico.

Le Funzioni di Base Radiale (RBF) costituiscono una specifica classe di funzioni matematiche il cui valore è strettamente dipendente dalla distanza tra il punto in cui la funzione viene calcolata e un determinato insieme di coordinate fisse nel dominio, definite "punti sorgente" (source points).

Nell'ambito del Mesh Morphing, questa logica si traduce nell'imporre uno spostamento geometrico noto esclusivamente a questo set di punti sorgente. L' algoritmo RBF provvede successivamente a interpolare il campo di deformazione, ricavando lo spostamento di tutti i restanti nodi della griglia spaziale in funzione della loro distanza dalle sorgenti. Un aspetto cruciale e molto vantaggioso di questa procedura è la sua indipendenza topologica (meshless): operando unicamente sulle distanze, non richiede infatti alcuna corrispondenza strutturale tra i nodi della mesh originaria e i punti sorgente.

Da un punto di vista analitico, la funzione di interpolazione che descrive lo spostamento $s(x)$ di un generico punto x all'interno del dominio assume la seguente forma:

$$s(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N \gamma_i \Phi(|\vec{x} - \vec{x}_{k_i}|) + h(\vec{x})$$

In questa equazione, N indica il numero totale dei punti sorgente impiegati.

Il termine $\Phi(|\vec{x} - \vec{x}_{k_i}|)$ rappresenta la specifica funzione radiale adottata, che varia al variare della distanza tra il punto in esame \vec{x} e il punto sorgente \vec{x}_{k_i} . La variabile γ_i definisce il peso associato alla funzione radiale, mentre $h(\vec{x})$ è un termine polinomiale, il cui grado dipende dalla funzione di base scelta, fondamentale per garantire matematicamente l'esistenza e l'unicità della soluzione.

È possibile dimostrare che la funzione interpolante risulta unica qualora la RBF sia condizionalmente definita positiva. Verificata questa ipotesi, e assumendo un ordine polinomiale pari o inferiore a 2, il termine polinomiale nello spazio tridimensionale si esplicita come:

$$h(\vec{x}) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 z$$

A questo stadio della formulazione, per ricavare le incognite del problema (ovvero i coefficienti polinomiali β_i e i pesi γ_i), il sistema impone il rispetto di due condizioni analitiche vincolanti:

1. Conservazione dello spostamento locale: Nei punti sorgente, la funzione di interpolazione deve restituire esattamente il medesimo valore dello spostamento imposto g_i :

$$s(\vec{x}_{k_i}) = g_i$$

2. Condizione di ortogonalità:

$$\sum_{i=1}^N \gamma_i h(\vec{x}_{k_i}) = 0$$

Il metodo di morphing basato su RBF si distingue per un'eccezionale versatilità, garantita dall'ampia gamma di funzioni di base applicabili. La scelta della specifica funzione incide direttamente sulle caratteristiche dell'interpolazione, permettendo all'utente di bilanciare la precisione geometrica della deformazione e il costo computazionale richiesto per l'operazione. Tra le formulazioni matematiche maggiormente impiegate in questo ambito si evidenziano:

- Quadratiche inverse:

$$\varphi(r) = \frac{1}{1 + (\epsilon r)^2}$$

- Multiquadratiche inverse (IMQ):

$$\varphi(r) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\epsilon r)^2}}$$

- Multiquadratiche (MQ):

$$\varphi(r) = \sqrt{1 + (\epsilon r)^2}$$

- Gaussianhe:

$$\varphi(r) = e^{-(\epsilon r)^2}$$

3.3. Parametrizzazione e preparazione file RBF

La decisione di concentrare le modifiche geometriche e la parametrizzazione esclusivamente su alettoni, pance laterali e diffusore nasce da un preciso principio di efficienza progettuale: si è scelto di intervenire solo sui componenti in cui la sensibilità aerodinamica è massima. Limitare le risorse computazionali a questa "triade" ha permesso di esplorare le variazioni di setup più influenti per le prestazioni globali del veicolo, per tre motivi fondamentali:

- Gruppi alari (Anteriore e Posteriore): Rappresentano i generatori primari di carico aerodinamico diretto. L'ala anteriore, in particolare, funge da "regista" della fluidodinamica: ogni sua minima modifica altera la scia e l'intero campo di moto che investe il resto della vettura.
- Pance laterali: Svolgono un ruolo cruciale di flow management. Ottimizzare i loro profili è essenziale per allontanare le turbolenze nocive generate dal rotolamento degli pneumatici anteriori e per garantire che l'ala posteriore venga alimentata da un flusso d'aria pulito ed energetico.
- Diffusore: Sfruttando l'effetto suolo, è in assoluto il componente aerodinamico più efficiente della monoposto, in quanto capace di generare elevati valori di deportanza con un incremento marginale della resistenza all'avanzamento (Drag).

Circoscrivere l'analisi a questi tre macro-componenti ha garantito che il database generato contenesse esclusivamente dati ad alto impatto prestazionale, evitando di disperdere tempi di calcolo su dettagli della carrozzeria la cui influenza sui coefficienti globali (C_l e C_d) sarebbe risultata trascurabile.

La definizione dei limiti operativi per ciascun parametro di forma ha richiesto un'attenta valutazione numerica preliminare. In fase di impostazione, si è scelto deliberatamente di imporre campi di spostamento molto contenuti, restringendo il range di escursione massima per ogni singola variabile geometrica.

Questa strategia conservativa è dettata da un'esigenza fondamentale legata all'interazione tra la tecnica di deformazione e l'elevato numero di parametrizzazioni introdotte nel dominio. Poiché l'ottimizzazione prevede l'azione simultanea e combinata di molteplici variabili, esiste il rischio concreto che la sovrapposizione spaziale dei vari spostamenti porti a un eccessivo stiramento locale delle celle.

Forzare la griglia originaria oltre una certa soglia causa un fenomeno di grave distorsione, in gergo noto come *smorphing*, che si traduce in un crollo drastico dei parametri di qualità della mesh. Un'eccessiva deformazione porta a un peggioramento dell'asimmetria delle celle e della qualità ortogonale, fino ad arrivare alla generazione di elementi con volume negativo, evento che causerebbe l'immediato blocco del solutore durante il calcolo.

Mantenere i limiti di variazione all'interno di un perimetro ristretto è quindi una scelta strutturale indispensabile per far sì che la mesh assorba le modifiche senza degradarsi. Questo approccio garantisce che la griglia di calcolo conservi un'elevata qualità in ogni possibile combinazione dei parametri, assicurando la totale stabilità del processo di simulazione e la massima fedeltà fisica dei risultati ottenuti.

La configurazione della deformazione geometrica è stata condotta interamente all'interno dell'ambiente Ansys Fluent, richiamando e abilitando l'add-on RBF Morph direttamente dal menu *User-Defined*.

Il primo passo operativo è consistito nella delimitazione spaziale dell'area soggetta al *morphing*, gestita tramite il pannello di controllo *Encaps*. Nello specifico, è stato generato un volume di controllo a forma di *box* dimensionato per racchiudere integralmente le superfici destinate allo spostamento. L'utilizzo di questo dominio di encapsulazione è fondamentale, poiché garantisce che tutti i nodi della griglia situati all'esterno del *box* vengano automaticamente vincolati e mantenuti rigidi, preservando la geometria del resto della vettura.

Successivamente, operando all'interno del pannello *Surfs*, gli elementi geometrici racchiusi nel dominio sono stati ripartiti in due categorie funzionali distinte: da un lato è

stato definito un set per le superfici mobili (i "punti sorgente" a cui imporre la deformazione), dall'altro un set per le superfici da mantenere fisse, nonostante si trovassero all'interno del volume di controllo.

Infine, per garantire un controllo capillare e confinare la deformazione esclusivamente a specifiche porzioni dei componenti (senza alterare l'intero pezzo), le superfici mobili sono state ulteriormente circoscritte mediante l'impostazione di un dominio *Encaps* secondario di tipo *Sampling*. Questa logica a strati ha permesso di isolare perfettamente l'area di intervento, evitando la propagazione indesiderata della deformazione sui raccordi e sui componenti adiacenti.



Figura 14: Morphing workflow

3.3.1. Alettone posteriore

La variazione dell'altezza è critica per ottimizzare l'interazione tra l'ala e i flussi circostanti. Nelle vetture a ruote scoperte, l'ala di coda lavora in un ambiente aerodinamico "sporco", investita in pieno dalla scia turbolenta del pilota e del roll hoop. Modificarne la quota permette di estrarre il profilo da questa scia nociva, andando a cercare flussi d'aria più puliti. Inoltre, l'altezza determina il grado di accoppiamento con il diffusore, permettendo di massimizzare l'estrazione globale della deportanza sfruttando l'effetto di upwash (il richiamo d'aria verso l'alto) del fondo vettura. La rotazione dell'ala (incidenza o pitch) rappresenta invece lo strumento principale per alterare il bilanciamento tra deportanza e resistenza (Drag). Aumentare l'angolo permette di massimizzare il carico verticale per i circuiti lenti; viceversa, scaricare l'ala riducendone l'incidenza è essenziale per guadagnare velocità di punta nei tratti rettilinei, esplorando al contempo i limiti di stallo aerodinamico del profilo.

Spostamenti ala posteriore:

- Rotazione: $-0,3^\circ \rightarrow 0,3^\circ$
- Traslazione verticale: $-0,075 \rightarrow 0,075$ [m]

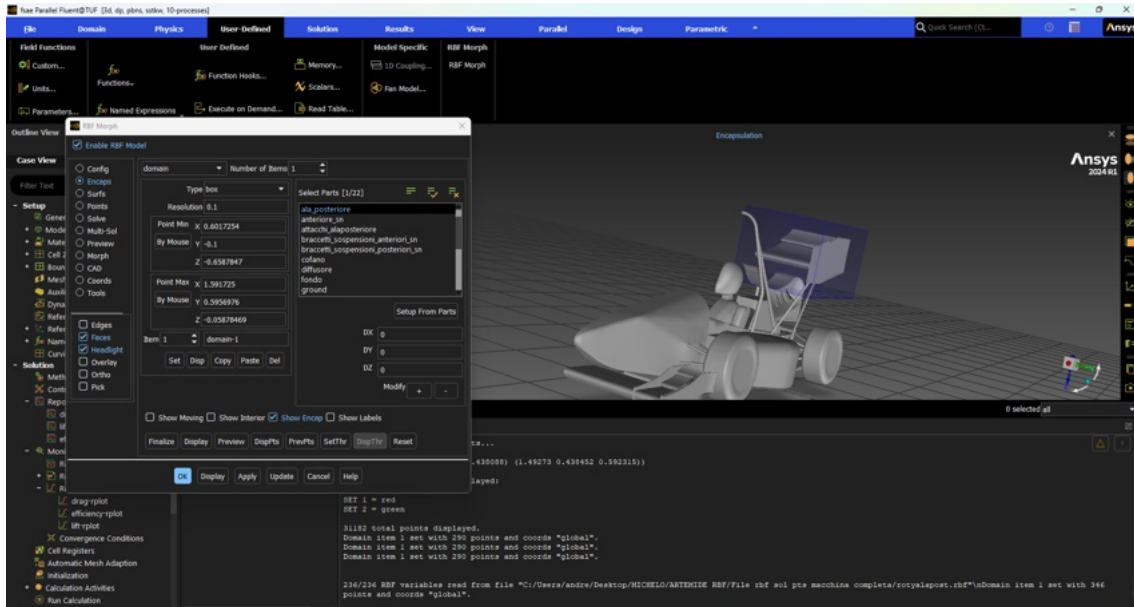


Figura 15: Encap ala posteriore

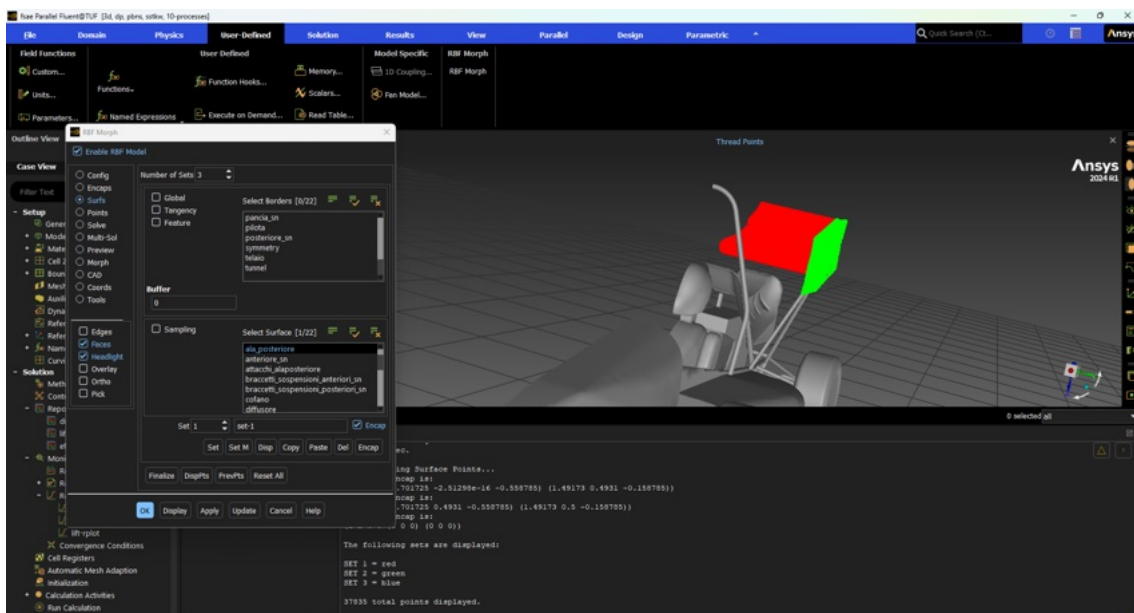


Figura 16: Surfs rotazione ala posteriore

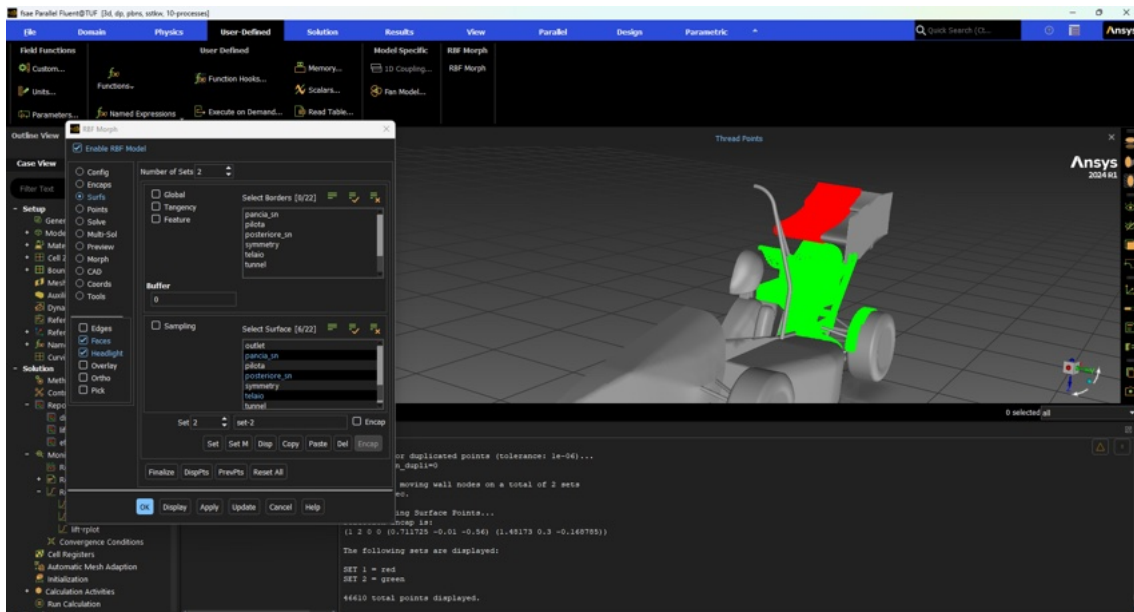


Figura 17: Surfs traslazione alla posteriore

3.3.2. Alettone anteriore

L'alettone anteriore costituisce il primo elemento di interazione tra la monoposto e il fluido indisturbato. Oltre a generare carico verticale sull'asse direzionale, questo componente assolve al compito cruciale di condizionare l'intera topologia del campo di moto a valle. Per esplorare il comportamento di questo sistema nevralgico, l'applicazione del Mesh Morphing è stata indirizzata su due gradi di libertà specifici: l'inclinazione dei profili alari e la distanza dal suolo.

Intervenire sull'angolo di incidenza dei flap è l'operazione di setup per eccellenza quando si necessita di spostare il bilanciamento aerodinamico longitudinale della vettura (Aero Balance). Aumentare l'inclinazione permette di incrementare sensibilmente la deportanza all'avantreno, garantendo un migliore inserimento in curva e mitigando i problemi di sottosterzo.

Tuttavia, questa regolazione richiede un delicato compromesso fluidodinamico: un angolo troppo severo rischia di indurre una separazione precoce dello strato limite. Questo stallo locale andrebbe a generare una scia turbolenta capace di compromettere irrimediabilmente l'efficienza delle prese d'aria laterali e del sottoscocca.

Parallelamente, la traslazione verticale dell'intero gruppo alare influisce in modo radicale sullo sfruttamento dell'effetto suolo. L'ala anteriore lavora in un regime di estrema prossimità all'asfalto, dove anche variazioni millimetriche della quota modificano drasticamente l'accelerazione del flusso sotto i profili. Inoltre, alzare o abbassare l'elemento sposta l'asse delle strutture vorticoso generate dalle derive laterali (endplates). La corretta altezza di questi vortici è fondamentale per l'effetto di outwash, ovvero la spinta verso l'esterno della scia nociva creata dal rotolamento degli pneumatici anteriori, impedendo che quest'ultima venga risucchiata sotto il fondo della vettura.

Spostamenti alla anteriore:

- Rotazione: $-1^\circ \rightarrow 1^\circ$
- Traslazione verticale: $0 \rightarrow 0,005$ [m]

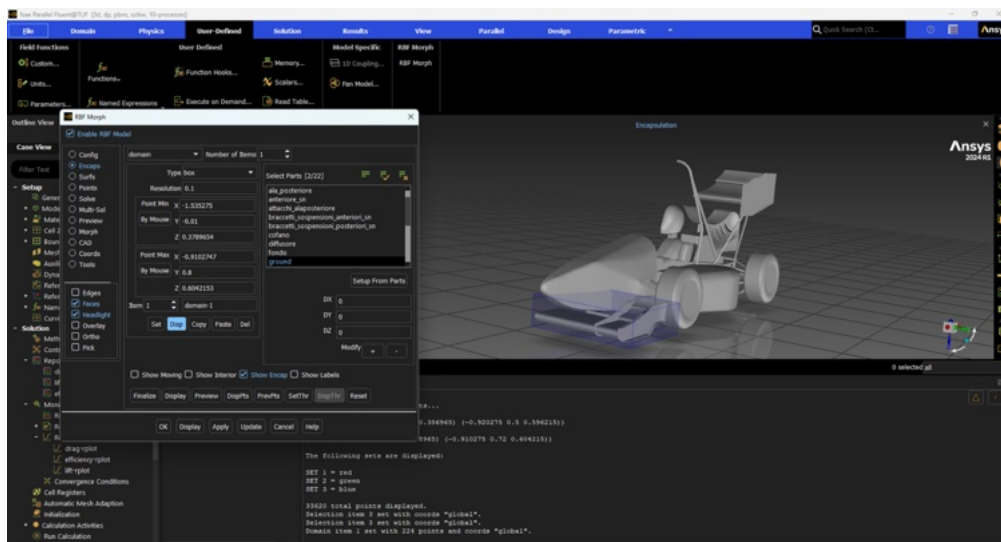


Figura 18: Encap ala anteriore

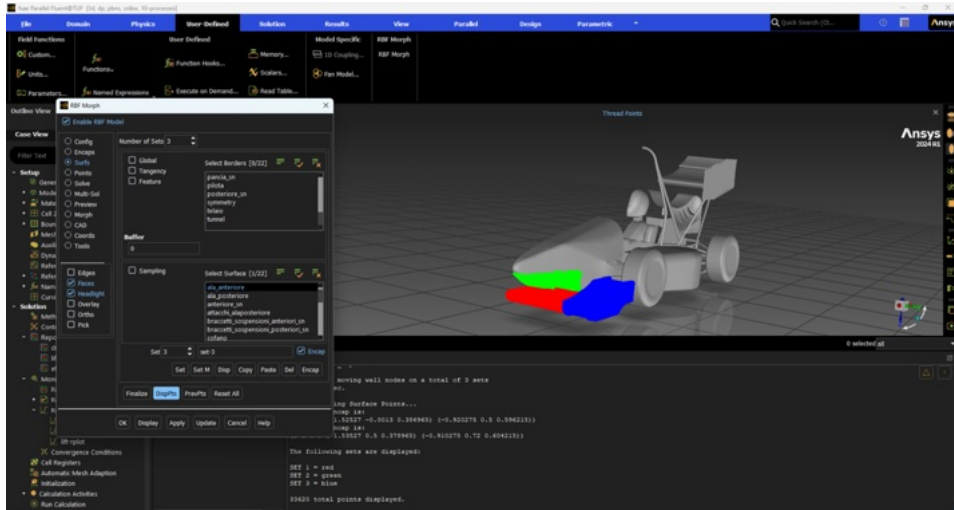


Figura 19: Surfs rotazione ala anteriore

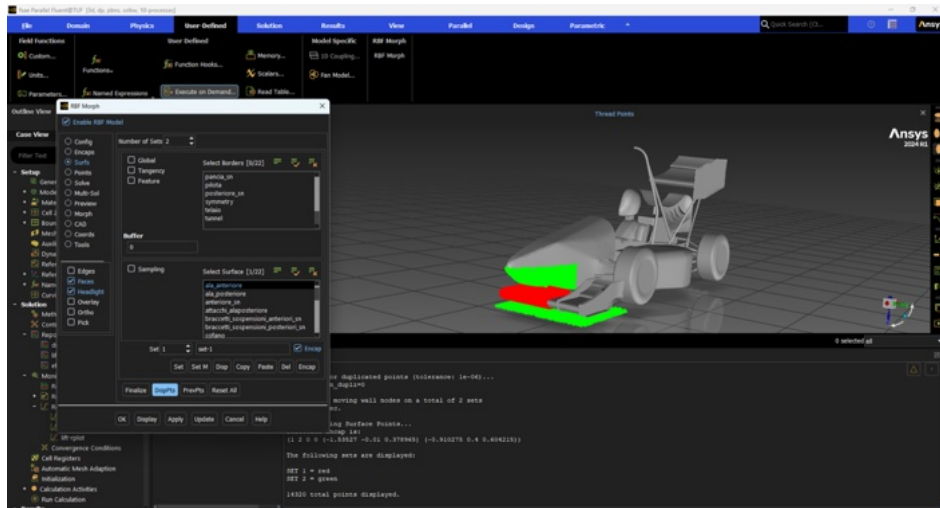


Figura 20: Surfs traslazione ala anteriore

3.3.3. Pance

Le pance laterali (sidepods) svolgono il ruolo cruciale di raccordare aerodinamicamente l'avantreno al retrotreno. Per ottimizzare la loro sagomatura esterna, l'azione del Mesh Morphing è stata governata posizionando i punti sorgente dell'algorithm in due regioni neuralgiche della fiancata.

La prima è la zona orizzontale superiore vicino all'abitacolo: la deformazione di quest'area controlla l'effetto di downwash.

Regolarne l'inclinazione permette all'aria di aggirare in modo pulito l'ostacolo del pilota, andando ad alimentare l'ala posteriore con una corrente laminare e ad alta energia. La seconda è la superficie verticale esterna e inferiore: agire su questi punti serve a deviare lateralmente la scia turbolenta delle ruote anteriori. Al contempo, questa deformazione ottimizza la volumetria dell'undercut: una fiancata opportunamente scavata crea un canale accelerato che convoglia aria pulita sopra il diffusore, massimizzando l'estrazione di carico dal fondo senza penalizzare la resistenza aerodinamica globale.

Spostamenti pance:

- Traslazione curvatura trasversale: $0 \rightarrow 0,06$ [m]
- Traslazione curvatura superiore: $-0,05 \leftarrow 0$ [m]

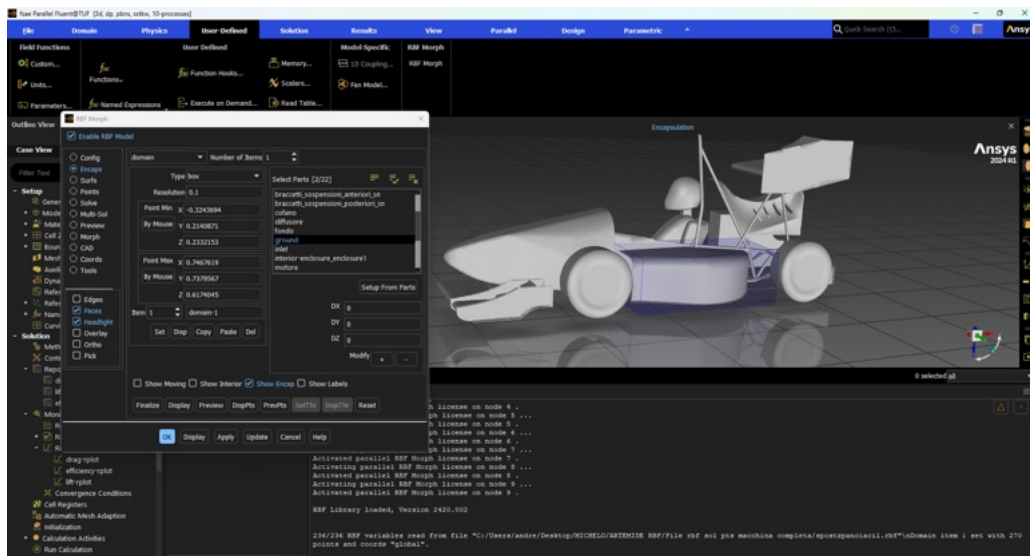


Figura 21: Encap pancia

3.3.4. Diffusore

Il diffusore è l'elemento aerodinamico più efficiente della vettura, in quanto genera elevata deportanza sfruttando l'effetto suolo con un impatto minimo sulla resistenza all'avanzamento. Il suo compito è far espandere gradualmente l'aria accelerata in arrivo dal fondo piatto, creando una forte zona di depressione sotto la monoposto.

L'applicazione del mesh morphing si è concentrata sulla variazione dell'angolo di rampa, che determina l'altezza della sezione di uscita. Aumentare questa inclinazione permette di massimizzare il volume d'aria estratto e il carico generato. Esplorare questo parametro è essenziale per individuare i limiti fisici del componente: un angolo eccessivo causa il distacco improvviso dello strato limite. Questo stallo aerodinamico provoca un crollo istantaneo della deportanza e genera una scia turbolenta che compromette il funzionamento dell'ala posteriore.

Operativamente, i punti di controllo sono stati distribuiti sulle superfici di estrazione per modificare la volumetria del canale in modo continuo. Questo approccio ha permesso di mantenere un raccordo fluido con la parte piana del sottoscocca, assicurando al contempo il pieno rispetto degli ingombri meccanici circostanti, come la scatola del cambio e i bracci delle sospensioni.

Spostamento diffusore:

- Traslazione longitudinale: $0 \rightarrow 0,02$ [m]

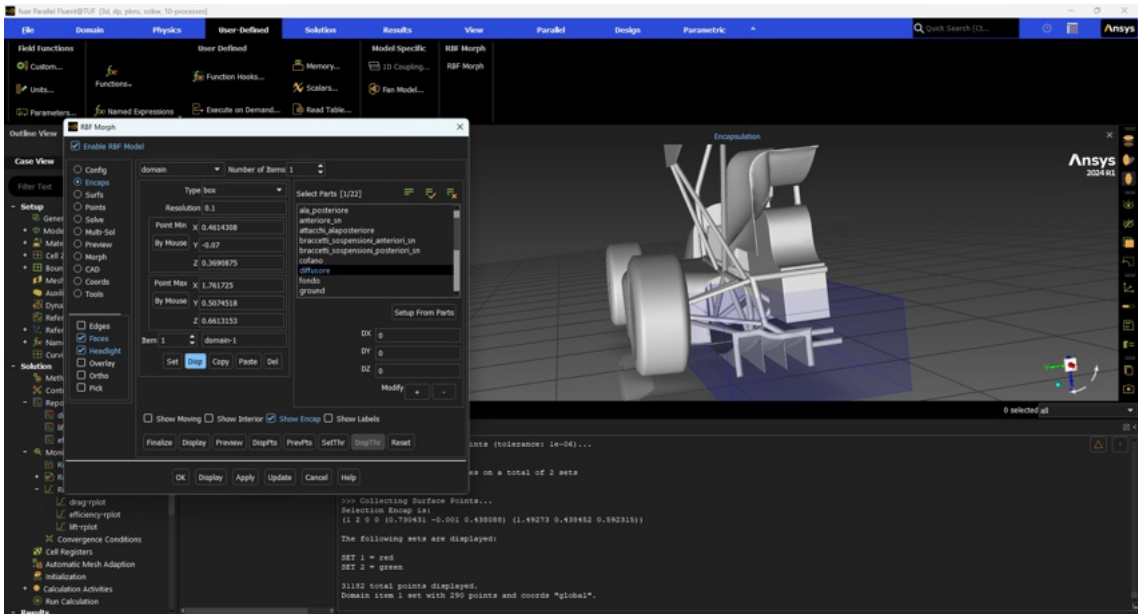


Figura 25: Encap diffusore

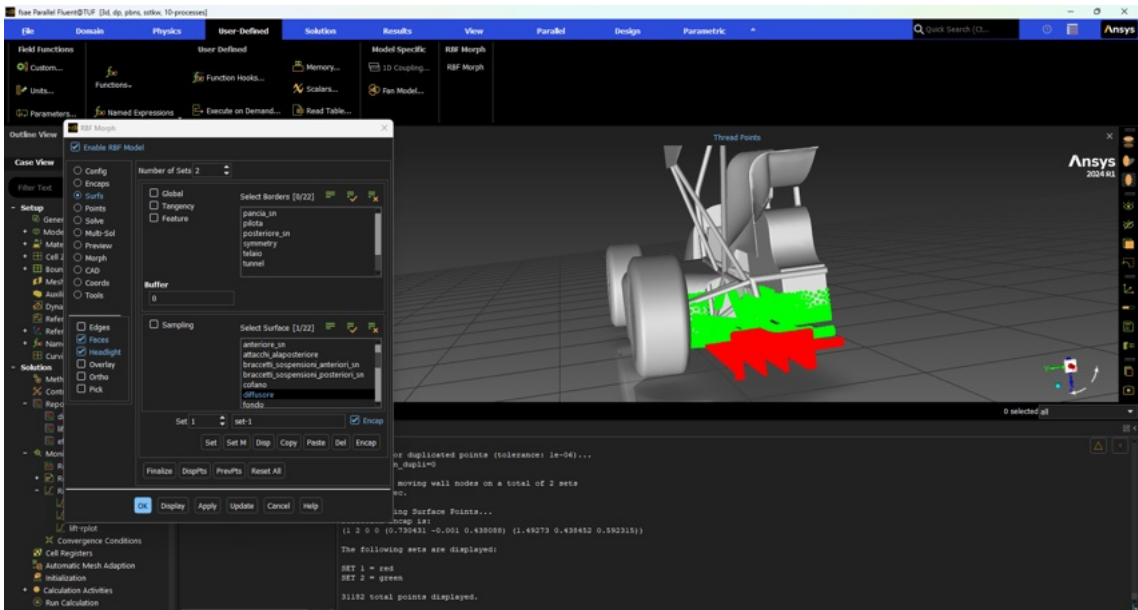


Figura 26: Surfs diffusore

3.4. Design of Experiments

Il "Design of Experiments" (DOE) è un approccio statistico per l'ottimizzazione di progetti complessi che valuta simultaneamente molteplici parametri. Variando in automatico i fattori di input all'interno di limiti prefissati, il DOE genera un ampio spettro di configurazioni da simulare, fornendo i dati essenziali per i successivi algoritmi di ottimizzazione.

La tecnica ingegneristica più diffusa per sfruttare questi dati è la "Response Surface Methodology" (RSM). Questa metodologia impiega i risultati del DOE per costruire modelli matematici approssimati (le superfici di risposta) che descrivono il legame tra le variabili in ingresso e le prestazioni del sistema.

Poiché la reale legge matematica del sistema è ignota, l'RSM procede per gradi: Inizialmente utilizza modelli semplici (del primo ordine) per avvicinarsi rapidamente all'area in cui si trova la soluzione ideale

.

Successivamente, impiega modelli più complessi (del secondo ordine o superiori) per localizzare con precisione le coordinate esatte del punto di ottimo.

La sinergia tra DOE e RSM permette di esplorare sistematicamente le risposte del sistema, guidando il progettista in modo rigoroso e veloce verso la scelta dei parametri di design più efficienti.

Per la generazione del piano degli esperimenti (DOE) e l'esplorazione dello spazio di progettazione, è stata adottata una strategia di campionamento ibrida, selezionando un totale di 116 configurazioni.

Per ogni Design Point del piano sperimentale è stata condotta una simulazione CFD stazionaria con un numero fisso di 100 iterazioni, ritenuto sufficiente a garantire la stabilizzazione dei residui e dei coefficienti aerodinamici monitorati. Al fine di ottenere stimatori robusti e depurati dalle oscillazioni numeriche residue tipiche delle simulazioni ad alta complessità geometrica, i coefficienti di resistenza, portanza ed efficienza aerodinamica sono stati calcolati non sull'ultima iterazione, bensì come media aritmetica sulle ultime 20 iterazioni di ciascuna simulazione.

Questo approccio, comune nelle analisi CFD stazionarie, consente di filtrare le fluttuazioni periodiche o pseudo-periodiche dei valori integrali senza dover ricorrere a griglie eccessivamente raffinate. La scelta della finestra delle 20 iterazioni finali è stata validata analizzando l'andamento temporale dei coefficienti: dopo circa 80 iterazioni, le grandezze monitorate raggiungono un plateau statisticamente stazionario, e la media su 20 punti successivi fornisce un valore rappresentativo, riducendo sensibilmente l'errore statistico rispetto al singolo snapshot finale.

I valori medi di C_D , C_L ed E così ottenuti per ogni DP costituiscono la base dati ad alta fedeltà impiegata per l'addestramento del Modello Ridotto e per le successive analisi di ottimizzazione all'interno del Digital Twin interattivo.

Nel dettaglio, il campionamento è stato così strutturato:

- Campionamento Latin Hypercube (100 punti): La maggior parte del dominio è stata esplorata generando 100 punti tramite l'algoritmo Latin Hypercube Sampling (LHS). Questa tecnica statistica avanzata permette di campionare lo spazio delle variabili in modo stratificato e semi-casuale. Rispetto a un campionamento puramente random, l'LHS garantisce una distribuzione molto più uniforme e una copertura ottimale dell'intero spazio di indagine, assicurando una solida base di dati per la successiva costruzione della superficie di risposta.
- Analisi dei valori limite (16 punti): Ai campioni spaziali generati con LHS sono stati aggiunti ulteriori 16 punti deterministici, creati settando ciascun parametro di input al proprio limite superiore. L'inclusione di questi punti "estremi" è una scelta strategica fondamentale: consente infatti di valutare la risposta del sistema ai bordi del dominio e migliora notevolmente la precisione e la robustezza del modello matematico proprio in prossimità dei confini dello spazio di progettazione.

Nel setup dell'analisi parametrica, le variabili geometriche definite in precedenza tramite la tecnica di morphing sono state assegnate al sistema come parametri di input indipendenti. Per quanto riguarda le grandezze di risposta, i parametri di output scelti per quantificare le prestazioni aerodinamiche della vettura sono C_l , C_d ed *Efficienza*.

L'estrazione di questi dati è stata automatizzata configurando apposite funzioni di monitoraggio attraverso lo strumento Report Definitions integrato nell'ambiente Ansys Fluent, il quale ha permesso di registrare e trasferire i valori di interesse calcolati.

The screenshot shows a window titled 'Report Definitions' with a table containing numerical data. The table has columns for iteration number and various parameters such as 'P1 - Velocity', 'P2 - Velocity', 'P3 - Velocity', 'P4 - Velocity', 'P5 - Velocity', 'P6 - Velocity', 'P7 - Velocity', 'P8 - Velocity', 'P9 - Velocity', 'P10 - Velocity', 'P11 - Velocity', 'P12 - Velocity', 'P13 - Velocity', 'P14 - Velocity', 'P15 - Velocity', 'P16 - Velocity', 'P17 - Velocity', 'P18 - Velocity', 'P19 - Velocity', 'P20 - Velocity', 'P21 - Velocity', 'P22 - Velocity', 'P23 - Velocity', 'P24 - Velocity', 'P25 - Velocity', 'P26 - Velocity', 'P27 - Velocity', 'P28 - Velocity', 'P29 - Velocity', 'P30 - Velocity', 'P31 - Velocity', 'P32 - Velocity', 'P33 - Velocity', 'P34 - Velocity', 'P35 - Velocity', 'P36 - Velocity', 'P37 - Velocity', 'P38 - Velocity', 'P39 - Velocity', 'P40 - Velocity', 'P41 - Velocity', 'P42 - Velocity', 'P43 - Velocity', 'P44 - Velocity', 'P45 - Velocity', 'P46 - Velocity', 'P47 - Velocity', 'P48 - Velocity', 'P49 - Velocity', 'P50 - Velocity', 'P51 - Velocity', 'P52 - Velocity', 'P53 - Velocity', 'P54 - Velocity', 'P55 - Velocity', 'P56 - Velocity', 'P57 - Velocity', 'P58 - Velocity', 'P59 - Velocity', 'P60 - Velocity', 'P61 - Velocity', 'P62 - Velocity', 'P63 - Velocity', 'P64 - Velocity', 'P65 - Velocity', 'P66 - Velocity', 'P67 - Velocity', 'P68 - Velocity', 'P69 - Velocity', 'P70 - Velocity', 'P71 - Velocity', 'P72 - Velocity', 'P73 - Velocity', 'P74 - Velocity', 'P75 - Velocity', 'P76 - Velocity', 'P77 - Velocity', 'P78 - Velocity', 'P79 - Velocity', 'P80 - Velocity', 'P81 - Velocity', 'P82 - Velocity', 'P83 - Velocity', 'P84 - Velocity', 'P85 - Velocity', 'P86 - Velocity', 'P87 - Velocity', 'P88 - Velocity', 'P89 - Velocity', 'P90 - Velocity', 'P91 - Velocity', 'P92 - Velocity', 'P93 - Velocity', 'P94 - Velocity', 'P95 - Velocity', 'P96 - Velocity', 'P97 - Velocity', 'P98 - Velocity', 'P99 - Velocity', 'P100 - Velocity'. The data values are small, ranging from approximately 0.0000 to 0.0001.

Figura 27: DOE

3.5. Sensività e superfici di risposta

A valle della definizione delle variabili di input e delle grandezze di output, lo studio dello spazio di design è stato strutturato e analizzato attraverso una serie di strumenti grafici e matematici. Nelle figure che seguono sono riportati i grafici relativi all'analisi di sensitività locale e globale. Questi diagrammi sono fondamentali per isolare, identificare e quantificare l'impatto percentuale che ogni singola deformazione esercita sulla deportanza totale e sulla resistenza all'avanzamento. Successivamente viene schematizzato il workflow operativo, il quale illustra la sequenza logica di interazione tra la parametrizzazione geometrica, la risoluzione fluidodinamica e la successiva raccolta dei risultati. A completamento dell'analisi, vengono mostrate le superfici di risposta.

Queste rappresentazioni tridimensionali descrivono il modello matematico interpolante costruito sui punti campionati, permettendo di visualizzare l'andamento continuo dell'efficienza aerodinamica e fornendo allo sviluppatore lo strumento visivo necessario per individuare le combinazioni ottimali di setup all'interno del dominio esplorato.

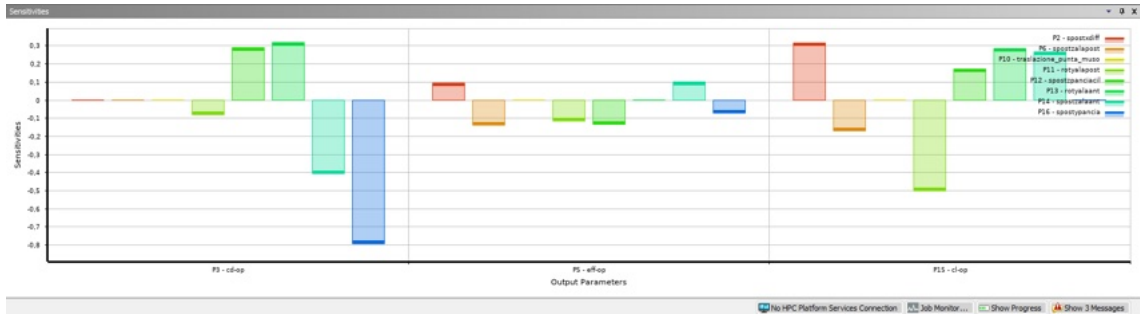


Figura 28: Analisi sensitività

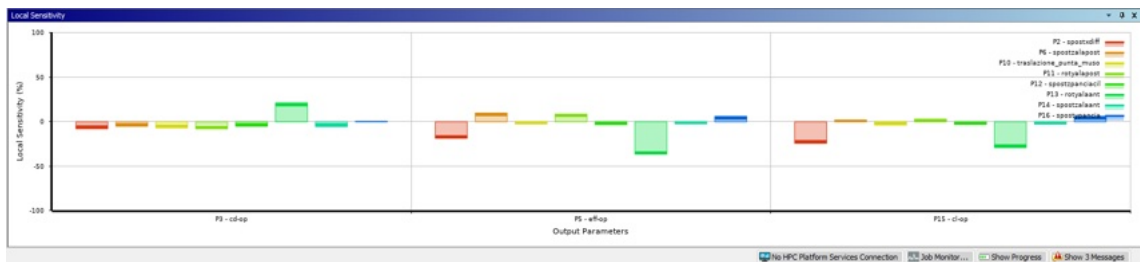


Figura 29: Analisi sensitività locale

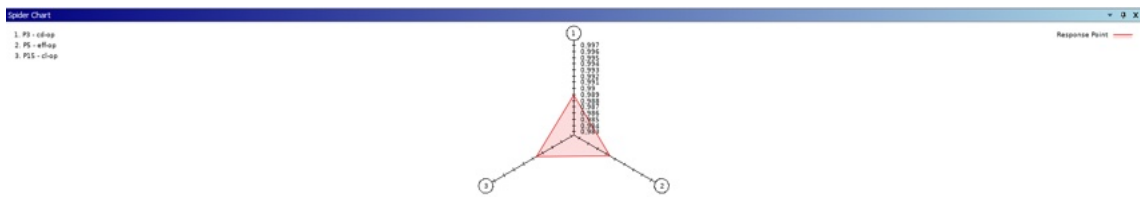


Figura 30: Spider chart

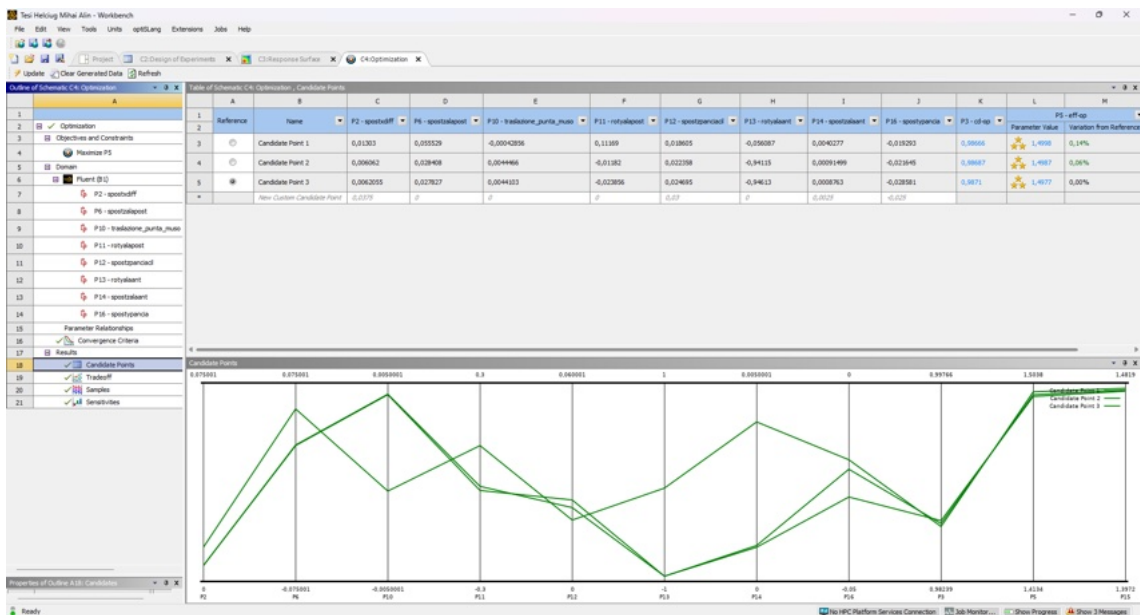


Figura 31: Configurazioni ottimali

1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
Reference	Name	P2 - spostdiff	P6 - spostalpost	P10 - traslazione_punta_nuov	P11 - rotalpost	P12 - spostparciad	P13 - rotalant	P14 - spostalant	P16 - spostancia	P3 - cd-op	Parameter Value	P5 - eff-op	Variation from Reference	P15 - d-op
3	Candidate Point 1	0,01203	0,055529	-0,0004266	0,11169	0,018605	-0,080987	0,0040277	-0,019293	0,98866	★ L 4908	0,14%	1,4797	
4	Candidate Point 2	0,006062	0,028408	0,0044466	-0,01182	0,022358	-0,94115	0,00091499	-0,021645	0,98687	★ L 4987	0,06%	1,4789	
5	Candidate Point 3	0,0062555	0,027827	0,0041033	-0,023856	0,024695	-0,94613	0,0008763	-0,028581	0,9871	★ L 4977	0,00%	1,4784	
*	New Custom Candidate Point	0,0375	0	0	0	0,07	0	0,0022	-0,022					

Figura 32: Candidate points per l'ottimizzazione dell'efficienza

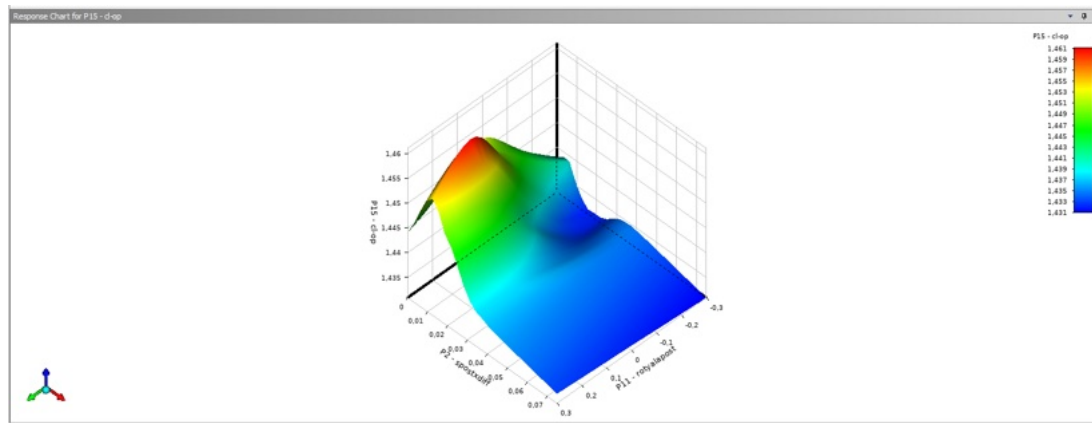


Figura 33: Superficie di risposta del CI in funzione delle modifiche al diffusore e alla rotazione alla anteriore

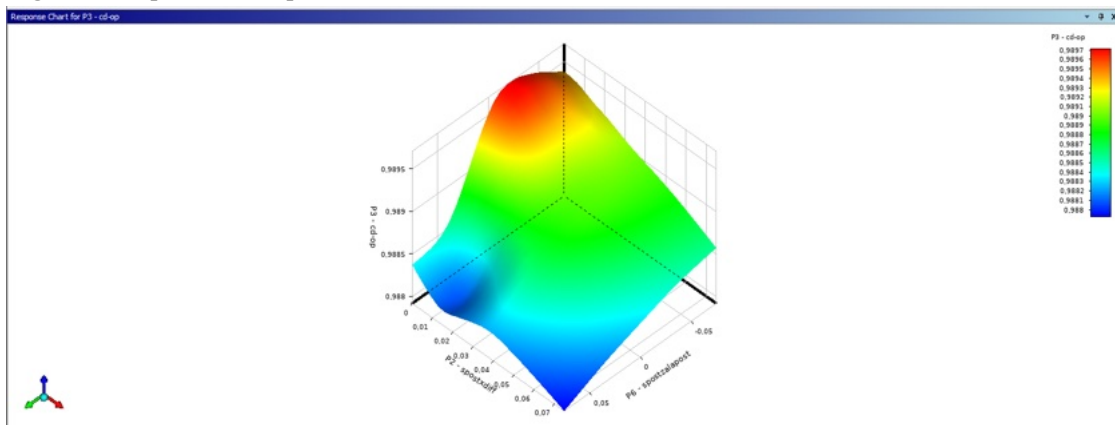


Figura 34: Superficie di risposta del Cd in funzione delle modifiche al diffusore e alla traslazione alla posteriore

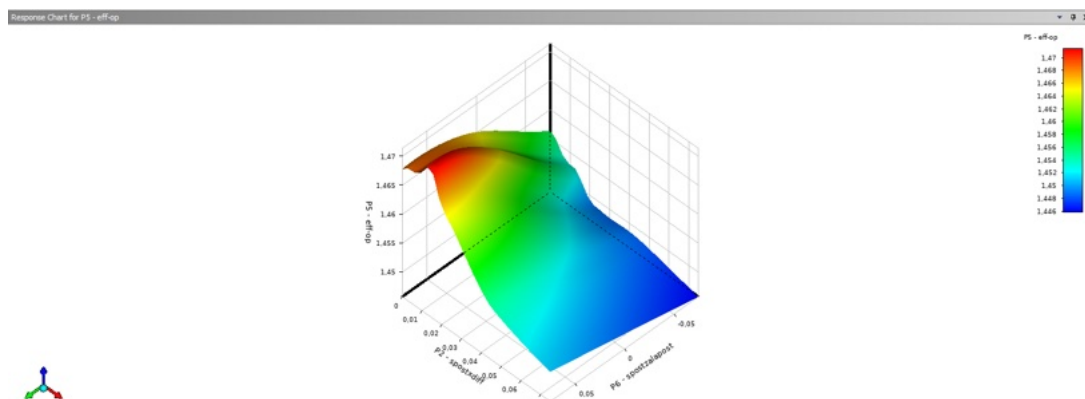


Figura 35: Superficie di risposta dell'efficienza in funzione delle modifiche al diffusore e alla traslazione alla posteriore

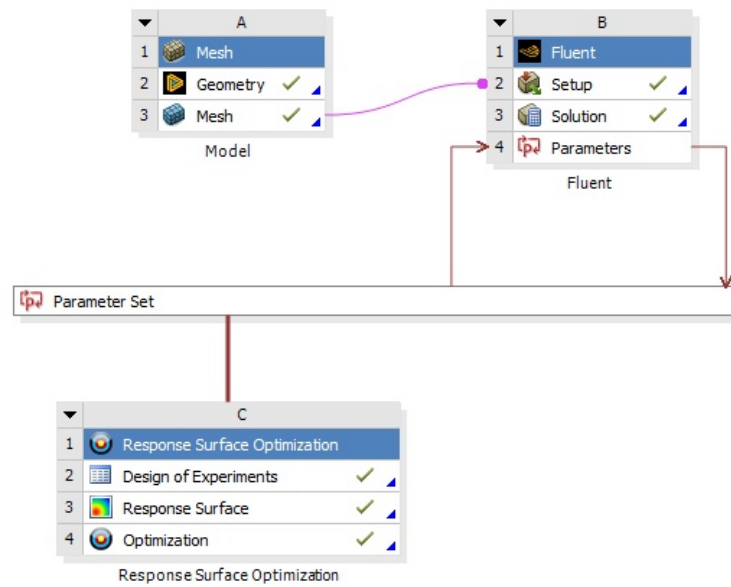


Figura 36: Workflow su Workbench

4. Messa a punto di un modello ridotto addestrato sulle simulazioni CFD

4.1. Modello ridotto

La riduzione dell'ordine dei modelli, nota in letteratura come Model Order Reduction, rappresenta una tecnica matematica strategica ideata per approssimare sistemi dinamici complessi ad alta dimensionalità. L'obiettivo primario è ridurre drasticamente il numero di gradi di libertà del sistema, preservandone al contempo le caratteristiche fisiche e le dinamiche essenziali. Nel corso degli anni sono stati sviluppati molteplici approcci per migliorare l'efficienza computazionale, tra cui il Center Manifold, il metodo di Lyapunov-Schmidt, il metodo di Galerkin, la Principal Component Analysis e, in particolare, la Proper Orthogonal Decomposition.

La Proper Orthogonal Decomposition (POD) è un metodo di riduzione basato sulla proiezione, ampiamente utilizzato per l'analisi dinamica e la progettazione parametrica. Il principio fondante di un Reduced-Order Model costruito tramite questo approccio si basa sull'assunto che la soluzione ad alta fedeltà di un sistema complesso possa essere approssimata con estrema precisione all'interno di un sottospazio a dimensionalità ridotta. Sebbene la fase iniziale di addestramento richieda un dispendio computazionale elevato per la simulazione del modello completo, una volta costruito il modello ridotto si comporta come un risolutore istantaneo. Questo offre la possibilità di valutare gli effetti delle variazioni dei parametri in tempo reale, rendendolo uno strumento indispensabile per l'ottimizzazione e persino per l'interazione in ambienti di realtà virtuale.

La costruzione del modello parte dalla raccolta di un set di dati denominati snapshot. Questi dati si ottengono eseguendo una serie di simulazioni del modello ad alta fedeltà, variando i parametri fisici o geometrici di input definiti in un piano degli esperimenti. Affinché il metodo possa essere applicato correttamente, ogni snapshot deve essere coerente con la configurazione di base, mantenendo lo stesso ordine e l'identico numero di gradi di libertà, che indicheremo con m .

Gli snapshot racchiudono le grandezze di interesse (come pressione, velocità o campi di spostamento) valutate nei nodi della griglia spaziale.

I dati raccolti vengono assemblati in una matrice degli snapshot, indicata con M , in cui le colonne corrispondono al numero totale di snapshot n . L'algoritmo di decomposizione applica a questa matrice la Singular Value Decomposition, scomponendola nel prodotto di tre matrici:

$$M = U \cdot \Sigma \cdot V^T$$

In questa formulazione, M è la matrice degli snapshot di dimensioni $m \times n$. La matrice U , di dimensioni $m \times m$, è una matrice ortonormale le cui colonne rappresentano i vettori singolari sinistri, ovvero i modi spaziali dominanti del sistema. La matrice Σ , di dimensioni $m \times n$, è una matrice diagonale che contiene i valori singolari ordinati in senso decrescente; valori singolari maggiori indicano i modi dotati di maggiore significatività ed energia. Infine, V^T è una matrice ortonormale di dimensioni $n \times n$ i cui vettori singolari destri contengono i coefficienti parametrici associati a ciascuno snapshot.

La riduzione della dimensionalità si ottiene troncando questa scomposizione e conservando solo i primi r vettori singolari sinistri, con $r \ll n$. Questi vettori selezionati costituiscono i modi del sistema e formano la base ridotta. La scelta del numero di modi da mantenere si basa tipicamente su un criterio energetico: si trattengono i modi sufficienti a preservare una percentuale target (ad esempio il 99%) dell'energia cumulativa contenuta nello spettro dei valori singolari. La precisione di tale approssimazione spaziale può essere quantificata tramite il seguente errore quadratico medio relativo di riduzione:

$$\text{Reduction Relative RMS Error} = \frac{\sqrt{\sum_{i=r+1}^n \sigma_i^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}}$$

In cui σ_i rappresenta i singoli valori singolari estratti. Di conseguenza, per una nuova configurazione di parametri di input, la generica soluzione predittiva ad alta dimensionalità X può essere approssimata come una combinazione lineare degli r modi trattenuti:

$$X \approx \sum_{i=1}^r \alpha_i U_i$$

Dove i termini α_i rappresentano i coefficienti modali scalari. Un elemento critico nella costruzione del modello ridotto in un ambiente parametrico risiede proprio nel determinare la mappatura tra i parametri di input del sistema e i rispettivi coefficienti modali α . Poiché la base modale rimane fissa una volta calcolata, è necessario costruire una superficie di risposta che interpoli i coefficienti ricavati dagli snapshot di addestramento.

Esistono svariate tecniche di regressione e interpolazione per svolgere questo compito, tra cui le Reti Neurali, le funzioni polinomiali, il Kriging, l'Aggregazione Genetica, le regressioni non parametriche e le Funzioni a Base Radiale. Il software impiegato in questo lavoro costruttivo si affida all'estrazione ai valori singolari combinata con un algoritmo di interpolazione basato sull'Aggregazione Genetica per ricostruire matematicamente l'andamento continuo dei coefficienti modali all'interno dello spazio di progettazione.

Per certificare la validità predittiva dell'intero sistema, è indispensabile quantificare gli errori finali del modello sulle configurazioni di validazione. L'errore globale viene misurato calcolando la differenza tra la soluzione ricavata da una simulazione fluidodinamica completa, indicata con X_{ref} , e la soluzione approssimata restituita dal modello X_{rom} :

$$\text{ROM Relative Error} = \frac{\|X_{ref} - X_{rom}\|}{\|X_{ref}\|}$$

Questo scostamento è la somma di due contributi distinti. Il primo contributo è legato puramente all'operazione di proiezione e troncamento modale della Proper Orthogonal Decomposition. Indicando con X_{proj} la proiezione esatta della soluzione reale nello spazio vettoriale ridotto, l'errore relativo di riduzione si definisce come:

$$\text{Reduction Relative Error} = \frac{\|X_{ref} - X_{proj}\|}{\|X_{ref}\|}$$

Il secondo contributo di errore deriva invece dalle imprecisioni introdotte durante la fase di interpolazione dei coefficienti modali.

Mentre il primo errore può essere abbattuto aumentando il numero di modi r conservati (prestando attenzione a non introdurre rumore numerico), il secondo necessita di un arricchimento della base di addestramento, aumentando la densità degli snapshot nel piano degli esperimenti.

Un passaggio preliminare fondamentale, propedeutico all'addestramento del Modello a Ordine Ridotto, ha riguardato il trattamento geometrico della mesh di partenza. Come prassi consolidata per contenere l'onere computazionale, le simulazioni CFD originali erano state impostate e risolte su un dominio di calcolo dimezzato, sfruttando la simmetria longitudinale della monoposto.

Tuttavia, per la costruzione del Gemello Digitale e la successiva esplorazione in Realtà Virtuale, era indispensabile disporre del modello tridimensionale completo della vettura, così da garantire una visualizzazione realistica e una valutazione globale dei campi fluidodinamici. Per ovviare a questo problema, si è intervenuti direttamente all'interno dell'ambiente Ansys Fluent prima di estrarre gli snapshot definitivi.

Sfruttando la funzione geometrica di scala spaziale, la mesh del semi modello è stata specchiata rispetto al piano di simmetria. Successivamente, tramite la funzione di unione e penetrazione dei nodi all'interfaccia, i due domini speculari sono stati saldati in un'unica geometria continua e coerente. Questa operazione di ricostruzione ha permesso di generare il database completo della monoposto intera, fornendo allo Static ROM Builder una base dati solida e adatta a supportare un'esperienza immersiva a trecentosessanta gradi.

Nella struttura del flusso di lavoro implementata su Ansys Twinbuilder, gli snapshot necessari all'addestramento del modello di ordine ridotto corrispondono ai risultati ottenuti in corrispondenza dei diversi Design Points (DP) definiti nel piano degli esperimenti. Ogni Design Point rappresenta una specifica configurazione del sistema, identificata da un set univoco di parametri di input geometrici e fisici.

Lo snapshot costituisce dunque l'output numerico completo calcolato dal solutore per quel determinato DP; l'insieme di questi stati permette di costruire la matrice dei dati necessaria per l'estrazione dei modi dominanti del sistema.

Il Digital Twin aerodinamico interattivo si basa su un Modello a Ordine Ridotto in grado di predire istantaneamente la risposta fluidodinamica del veicolo al variare dei parametri geometrici. Per addestrare tale modello, è necessario costruire un dataset ad alta fedeltà, ovvero un insieme di soluzioni CFD complete che copra in modo rappresentativo lo spazio di progetto.

La generazione del dataset si articola in tre fasi:

1. Parametrizzazione geometrica – Mediante tecniche di Mesh Morphing vengono definiti i parametri di modifica (ad esempio, angolo di incidenza delle ali, altezza dei flap, curvature della carrozzeria). Ogni combinazione di parametri produce una diversa configurazione della vettura.
2. Design of Experiments – Si seleziona un insieme di configurazioni (design points) che esplori in modo efficiente lo spazio parametrico, includendo i vertici del dominio e punti interni. In questo caso, sono state generate 100 configurazioni, più 16 punti esattamente sui limiti del dominio per garantire robustezza ai bordi.
3. Simulazioni CFD e raccolta snapshot – Per ogni configurazione del DoE, viene risolta una simulazione CFD completa, con 100 iterazioni per ogni design point, e vengono estratti i campi tridimensionali di pressione, velocità e altre grandezze di interesse. Questi campi, organizzati in matrici di "snapshot", costituiscono il dataset ad alta fedeltà.

L'elaborazione successiva tramite Decomposizione ai Valori Singolari compatta l'informazione contenuta nel dataset in un set ridotto di modi ortogonali, consentendo al ROM di ricostruire qualsiasi configurazione intermedia in tempo reale senza eseguire nuove simulazioni. È proprio questo dataset che rende possibile il salto dal calcolo tradizionale all'interazione immersiva in Realtà Virtuale.

Per il modello della static pressure sono stati utilizzati 93 snapshot (80% degli snapshot totali) e 8 parametri di input, con una base ridotta di 12 modi. Il sistema mostra un'ottima capacità predittiva, con un errore di riduzione dell'8.1% e un errore di interpolazione estremamente contenuto, pari al 2.9%. L'errore relativo totale del ROM si attesta all'8.6%, con uno scostamento medio assoluto di soli 16 Pa, confermando l'affidabilità del modello nella ricostruzione dei carichi aerodinamici superficiali.

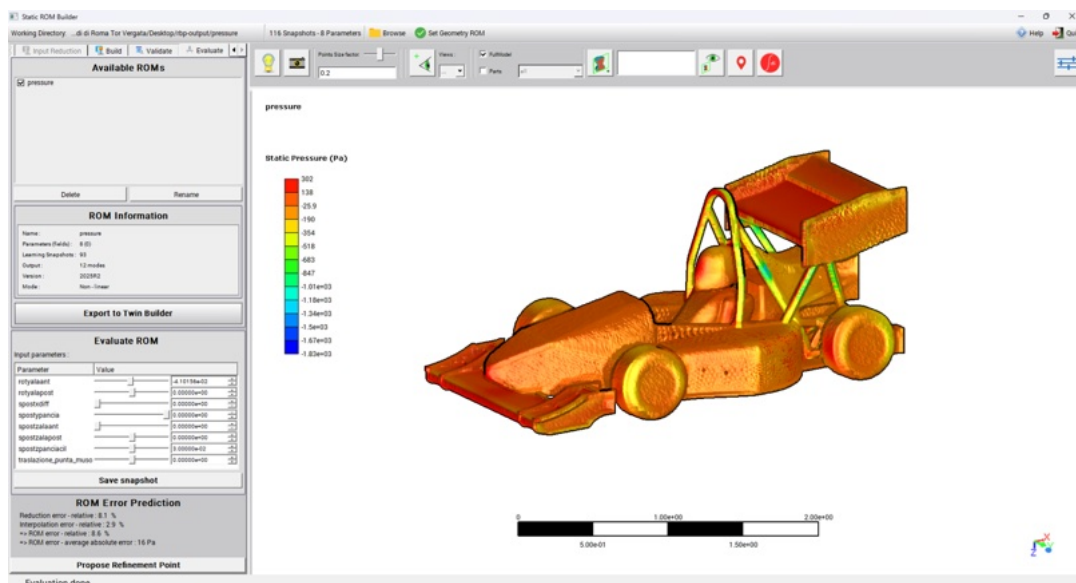


Figura 37: ROM Static Pressure

Il modello relativo allo sforzo di taglio, pur basandosi sullo stesso dataset di input, ha richiesto un numero di modi leggermente inferiore (11 modi). Si nota tuttavia una maggiore complessità nella ricostruzione di questa variabile fisica: l'errore di riduzione sale al 9.2% e l'errore di interpolazione tocca l'11%, portando l'errore relativo globale del ROM al 14%.

Questa differenza è fisiologica: lo shear stress è una grandezza che dipende fortemente dai gradienti di velocità vicino alle pareti, rendendola intrinsecamente più sensibile alle variazioni geometriche e più difficile da approssimare rispetto alla pressione statica.

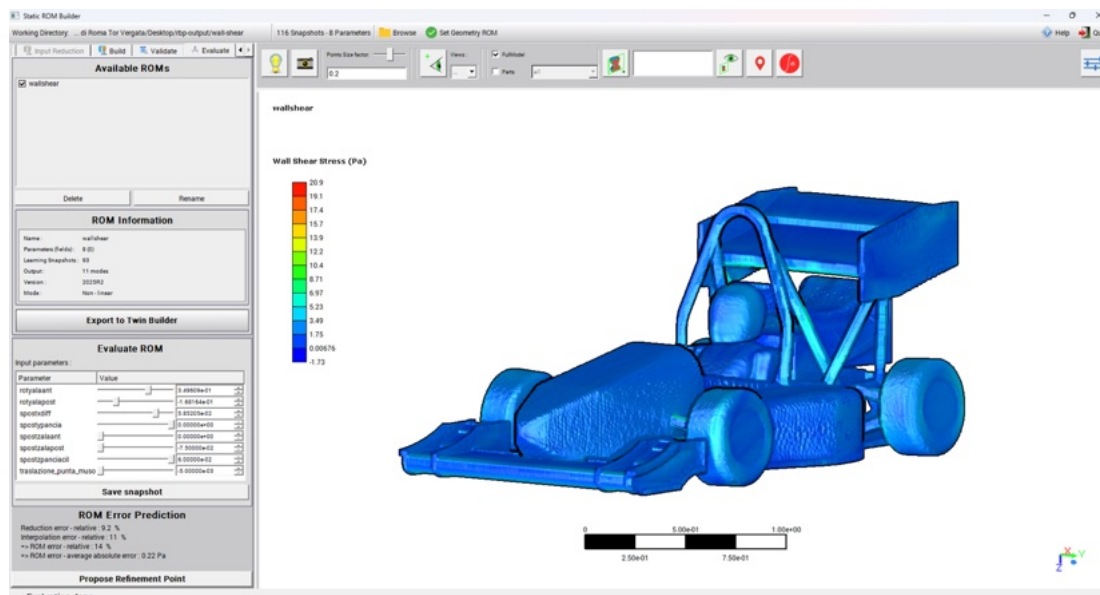


Figura 38: ROM Wall Shear Stress

L'interattività del sistema è affidata a una serie di slider che permettono di manipolare in tempo reale gli 8 parametri geometrici della vettura. Ogni spostamento dei cursori attiva istantaneamente i modelli ROM, che ricalcolano i campi di pressione e di sforzo senza dover ricorrere al solutore CFD.

Questo meccanismo crea un legame diretto tra geometria e fisica: agendo sui parametri, il progettista può osservare immediatamente come la modifica di un profilo alare o della carrozzeria alteri la distribuzione dei carichi e le performance aerodinamiche, rendendo l'ottimizzazione un processo visivo e immediato.

4.2. Trasferimento dati

Per consentire al Modello a Ordine Ridotto (ROM) di interfacciarsi al di fuori dell'ambiente di calcolo nativo e di dialogare fluidamente con altri software, si è reso necessario un metodo di scambio dati che fosse al contempo standardizzato ed estremamente veloce. La soluzione ingegneristica d'elezione per questo tipo di

architettura è la Functional Mock-up Unit (FMU), definita dallo standard internazionale FMI (Functional Mock-up Interface).

L'FMU agisce come un contenitore universale capace di integrare l'intero modello matematico e la relativa interfaccia di input e output. Nel caso specifico di questo elaborato, il ROM è stato esportato avvalendosi dello standard FMI 2.0 in modalità Model Exchange. Questa scelta tecnica risulta cruciale in quanto garantisce la totale interoperabilità del sistema. L'algoritmo ridotto, che descrive le geometrie e i campi fluidodinamici, può infatti essere letto ed eseguito in modo coerente su piattaforme eterogenee. Tali piattaforme spaziano da software come MATLAB a flussi di lavoro in Python, fino ad arrivare alle interfacce interattive in Realtà Virtuale previste come obiettivo finale del progetto.



Figura 39: FMI overview

Tuttavia, l'interoperabilità tra software risolve solamente una parte della sfida computazionale. L'ulteriore ostacolo da superare riguardava la gestione efficiente di moli di dati considerevoli, come le forme modali o le ampie matrici che descrivono i campi di pressione tridimensionali.

Il connettore rbfVR costituisce il pilastro tecnologico necessario ad abilitare l'esperienza immersiva in Realtà Virtuale. Tale strumento consente un'interazione diretta con i Gemelli Digitali attraverso l'impiego di visori ad alte prestazioni di ultima generazione, come il Meta Quest 3.

Sotto il profilo tecnico, il sistema gestisce l'importazione dei file FMU derivanti dai modelli di ordine ridotto, integrandoli con le mesh superficiali della vettura. Si ottiene così un ambiente operativo dinamico e caratterizzato da una risposta rigorosamente in

tempo reale, dove il progettista ha la possibilità di visualizzare e analizzare modelli ingegneristici complessi all'interno di uno spazio totalmente immersivo.

4.3. Esperienza VR

L'integrazione del Digital Twinx aerodinamico in un contesto immersivo e interattivo è stata realizzata attraverso l'impiego dell'ambiente software **rbfVR**. È fondamentale precisare che, sebbene rbfVR sia stato sviluppato utilizzando il motore grafico Unity, esso si configura come un pacchetto applicativo dedicato e specializzato per la gestione di modelli ingegneristici complessi, operando come un software di simulazione e visualizzazione a sé stante (analogamente ad altri strumenti professionali come Ansys). L'architettura di rbfVR si articola in due componenti sinergiche che coprono l'intero flusso di gestione dei dati, dal computer al visore:

1. Modulo di preparazione dati (Desktop): Un applicativo residente su PC che funge da connettore, incaricato di pre-elaborare i dati aerodinamici e i modelli a ordine ridotto (ROM) per renderli compatibili con l'ambiente virtuale.
2. Modulo di visualizzazione (Headset): Un'applicazione nativa installata direttamente sul visore (basata su sistema operativo Android) che gestisce il rendering grafico, l'interattività in tempo reale e l'immersione dell'utente.

In questa trattazione, così come nelle rappresentazioni grafiche e nelle figure a corredo del paragrafo, si farà riferimento all'intero ecosistema con il nome del software rbfVR. Questa piattaforma permette al progettista di interagire direttamente con la geometria di Artemide, trasformando i dati numerici astratti in un'esperienza sensoriale immediata e tecnicamente rigorosa.

Per garantire un'interazione ottimale e coinvolgente in questo progetto si è scelto di impiegare un visore Meta Quest 3. L'architettura del sistema si articola in tre moduli operativi fondamentali: importazione, visualizzazione e interazione.

Il primo modulo gestisce il caricamento della geometria di base in formato STL, delle matrici dei dati contenenti i modi precalcolati e dei file FMU, i quali fungono da traduttore matematico tra i parametri di input e i coefficienti modali. Per assicurare che i dati del modello ridotto combacino perfettamente con la mesh tridimensionale visualizzata, il sistema sfrutta un algoritmo di ricerca spaziale rapida denominato Nearest Neighbor Search. Questo strumento ricostruisce la connettività associando in modo preciso le nuvole di punti generate dall'FMU alla geometria originale.

Il modulo di visualizzazione sfrutta invece la potenza di calcolo della scheda video per gestire le deformazioni della mesh e la mappatura dei risultati fluidodinamici in tempo reale. Le modifiche geometriche e le variazioni di pressione vengono calcolate istantaneamente mediante una combinazione pesata dei modi del ROM, guidata dai coefficienti estratti dall'FMU. I campi scalari e vettoriali prendono così forma attraverso mappe di calore e texture applicate dinamicamente sulla superficie della vettura, offrendo al progettista una percezione visiva immediata degli effetti aerodinamici.

Per il controllo del sistema, il modulo di interazione mette a disposizione dell'utente due strumenti complementari. Il primo è costituito da slider virtuali integrati nell'ambiente di simulazione, azionabili con movimenti naturali grazie al tracciamento ottico delle mani, che consentono una variazione fluida e calibrata dei parametri.

Il secondo strumento prevede l'impiego di maniglie tridimensionali ancorate a specifici punti di controllo sul modello: l'operatore può afferrarle fisicamente nello spazio virtuale e manipolare la geometria entro limiti di escursione predefiniti. Ogni alterazione applicata si propaga senza alcuna latenza all'intero assieme.

L'intera simulazione si svolge in un ambiente immersivo in cui è possibile valutare l'influenza dei parametri sia sugli indicatori di performance globali sia sulle distribuzioni locali delle pressioni. Per evitare qualsiasi fenomeno di disorientamento e garantire una risposta naturale, il motore grafico mantiene una frequenza di rendering costante a 60 fotogrammi al secondo.

Questa integrazione tecnologica eleva il costruito matematico del ROM a un vero e proprio Gemello Digitale interattivo. Costituisce un valido supporto pratico all'attività

ingegneristica, in quanto rende intuitiva l'esplorazione del dominio di progetto, accelera notevolmente l'identificazione delle configurazioni aerodinamiche ottimali e semplifica la comunicazione dei dati all'interno di team multidisciplinari.

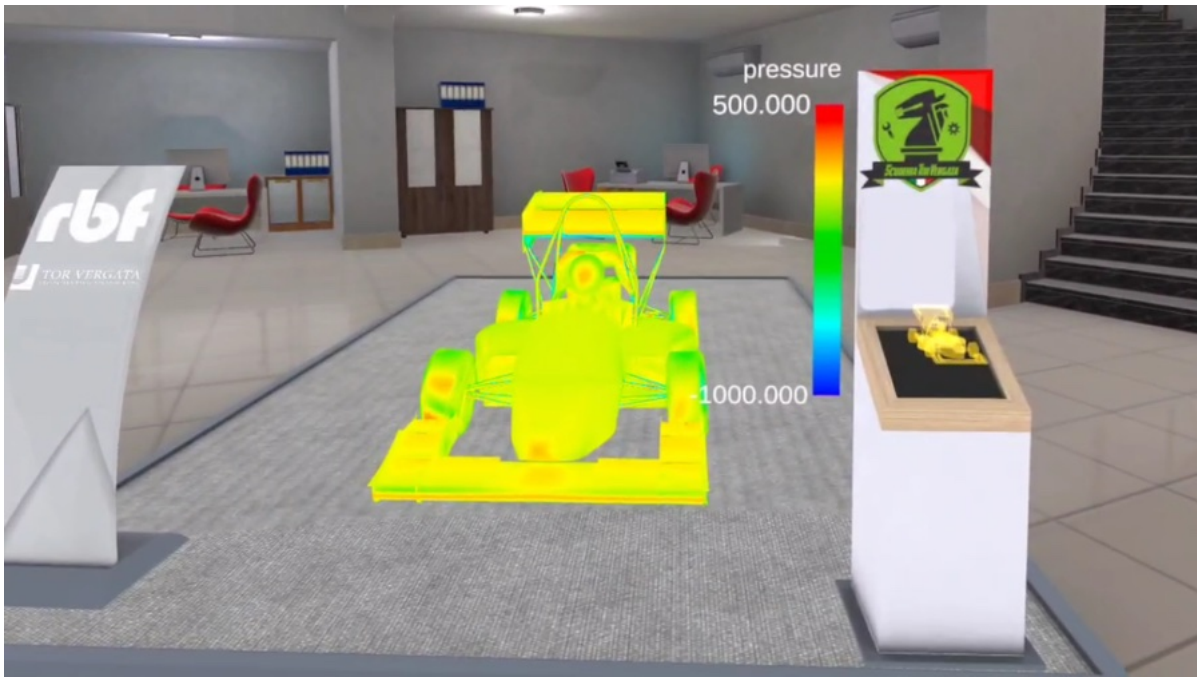


Figura 40: Artemide in ambiente VR

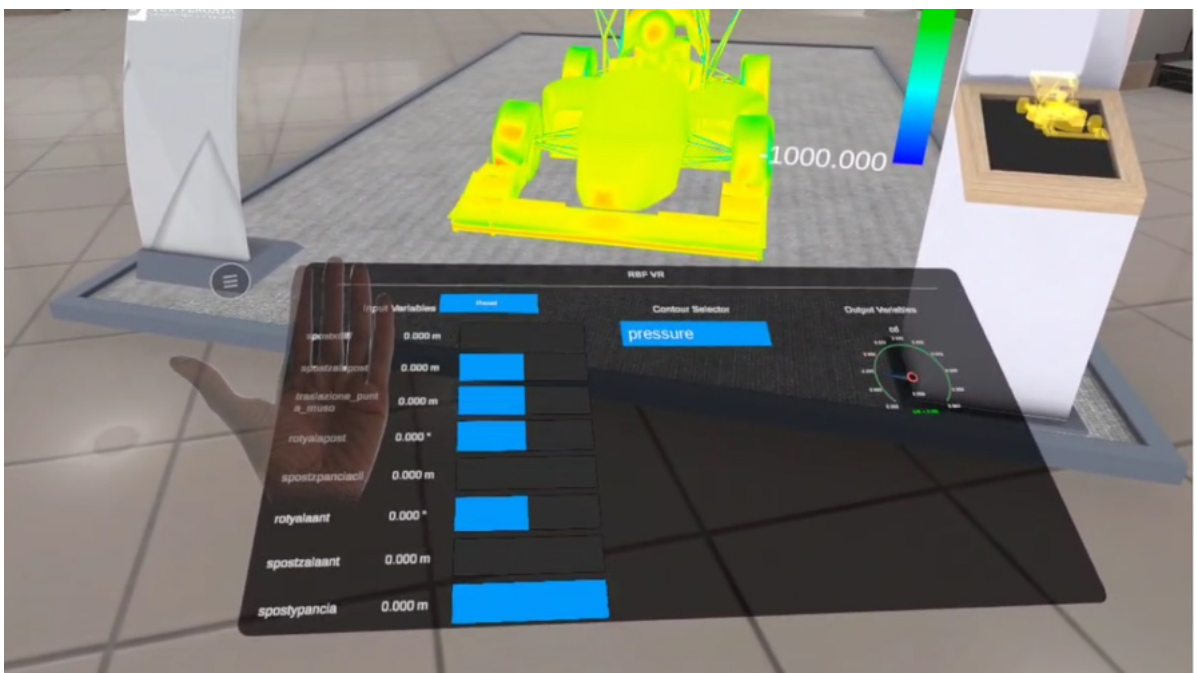


Figura 41: Artemide in ambiente VR con sliders parametri e indicatore Cd

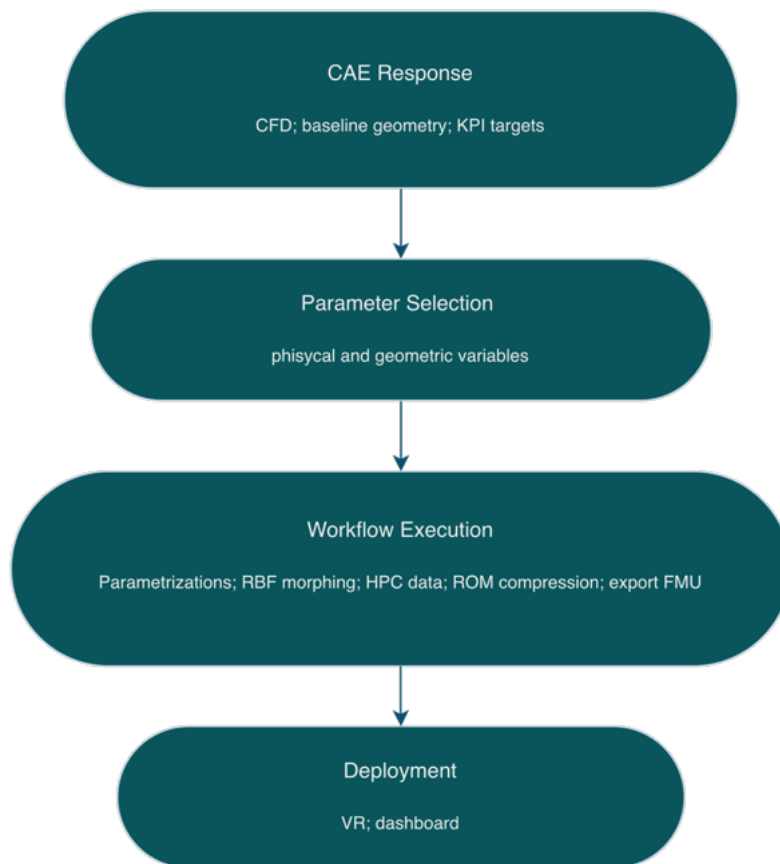


Figura 42: Metodologia per il Digital Twin

Il workflow numerico è stato sviluppato integrando diversi strumenti software: Ansys Fluent per la risoluzione CFD, Ansys Workbench per la gestione dei Design Points e del flusso parametrico, RBF Morph per la deformazione della mesh, Static ROM Builder per l'addestramento dei modelli ridotti, Twin Builder per la gestione ed esportazione del modello in formato FMU, e rbfVR per la realizzazione dell'ambiente immersivo fruibile tramite visore Meta Quest 3.

5. Conclusioni

Il lavoro ha dimostrato la fattibilità di un approccio integrato che combina parametrizzazione geometrica avanzata, riduzione modale e realtà immersiva per trasformare l'ottimizzazione aerodinamica in un'esperienza interattiva e in tempo reale. L'efficienza aerodinamica globale è passata da 1.36 a 1.50 con un incremento del **10.3%**, confermando i benefici concreti del metodo.

La parametrizzazione tramite RBF Morph ha permesso di deformare automaticamente la mesh baseline di "Artemide" senza ri-meshatura, garantendo stabilità e qualità in tutte le 116 configurazioni del DoE. I dati CFD sono stati compressi via SVD per addestrare due ROM: quello di pressione (12 modi) raggiunge un errore relativo dell'8.6% e uno scarto medio di soli 16 Pa, risultando pienamente affidabile per la stima dei carichi; il ROM dello shear stress (errore 14%) fornisce comunque indicazioni utili sulle zone di maggiore attrito.

L'esportazione in formato FMU ha reso i modelli ridotti indipendenti dall'ambiente di calcolo, e l'integrazione in VR con Unity e Meta Quest 3 ha dato vita a un Digital Twin interattivo. Attraverso slider virtuali, il progettista modifica la geometria e osserva in tempo reale le mappe di pressione e le performance, con rendering fluido a 60 fps.

Il valore del Digital Twin, però, non è solo la visualizzazione immersiva: è la possibilità di interrogare un modello fisico-ridotto fedele ai dati CFD per valutare grandezze difficilmente misurabili in pista, supportando concretamente le decisioni su setup, bilanciamento aerodinamico e interpretazione del comportamento vettura.

L'ottimizzazione diventa così un'esplorazione visiva, immediata e condivisibile.

Va inoltre sottolineato il risultato didattico e comunicativo di aver portato la monoposto reale del team dentro un'esperienza VR interattiva, rendendo l'aerodinamica accessibile anche a interlocutori non specialisti e valorizzando il lavoro della Scuderia Tor Vergata. Sviluppi futuri potranno arricchire il database di snapshot per ridurre ulteriormente l'errore di interpolazione, aumentare la risoluzione della mesh, estendere l'analisi a elementi strutturali e includere parametri di pista (imbardata, altezza da terra variabile), consolidando il ruolo del Digital Twin come strumento decisionale nello sviluppo delle vetture da competizione.

Bibliografia

- [1] Marica, G. *Ottimizzazione Aerodinamica di una vettura di Formula SAE mediante CFD e Mesh Morphing*. Tesi di Laurea Triennale in Ingegneria Meccanica, Università degli Studi di Roma Tor Vergata, Roma, 2023.
- [2] Bardelloni, F. *Digital Twin per lo Sviluppo Aerodinamico di una MotoGP mediante Mesh Morphing e Modelli di Ordine Ridotto*. Tesi di Laurea Triennale in Ingegneria Meccanica, Università degli Studi di Roma Tor Vergata, Roma, 2023.
- [3] Di Meo, E., Lopez, A., Groth, C., Biancolini, M. E., Valentini, P. P. *Reduced-Order Model of a Time-Trial Cyclist Helmet for Aerodynamic Optimization Through Mesh Morphing and Enhanced with Real-Time Interactive Visualization*. *Fluids*, 9(12), 300, 2024.
- [4] Biancolini, M. E. *A General Framework for Building Interactive Digital Twins via CAE-Based Synthetic Data and Modular Deployment*. Università degli Studi di Roma Tor Vergata, 2024.
- [5] Jackson, F. F. *Aerodynamic optimisation of Formula student vehicle using computational fluid dynamics*. University of Huddersfield, 2018.
- [6] Gori, F., Corasaniti, S., Petracchi, I. *Lezioni di termofluidodinamica*. TeXmat, Roma, 2012.
- [7] Biancolini, M. E. *Panoramica su visori e applicazione modelli ridotti: Dal CAE ai Digital Twin interattivi*. Materiale didattico, Università degli Studi di Roma Tor Vergata, Roma, 2026.
- [8] RBF Morph. *Sito istituzionale RBF Morph*. URL: <https://www.rbf-morph.com/>
- [9] Ansys Inc. *Ansys Fluent Getting Started*. 2024.
- [10] RBF Morph. *Static ROM Builder Documentation*. 2024.
- [11] FMI Standard. *Sito ufficiale FMI Standard*. URL: <https://fmi-standard.org/>
- [12] RBF Morph. *RBF Morph Fluids for ANSYS Fluent User's Guide and Tutorial Guide, Release V2.41*. 2024.
- [13] Biancolini, M. E. *Complete Solution for Delivering Interactive Digital Twins with Custom AR/VR UI*. Presentazione alla CADFEM Conference, 2024.
- [14] RBF Morph. *RBF Morph Fluids Modelling Guidelines and Best Practices Guide, Release V2.41*. 2021.

[15] M. E. Biancolini, "Engine/Vehicle Matching for a FSAE Race Car," SAE Technical Paper 2007-01-3541, 2007.

Ringraziamenti

Desidero ringraziare innanzitutto il Prof. Marco E. Biancolini per l'opportunità di lavorare a questo progetto sotto la sua guida esperta, competente e appassionata.

Ringrazio l'Ingegnere Emanuele Di Meo per esser stato il correlatore che tutti vorrebbero avere per la sua pazienza, disponibilità e il suo supporto nelle fasi più concitate.

Grazie Mamma, senza di te non ce l'avrei mai fatta e non mi riferisco solo al lavoro di tesi, imparerò sempre qualcosa da te. Te iubesc.

Grazie Enzo e Giorgio, è difficile da spiegare a parole cosa avete fatto per me, non proverò a farlo ma sappiate che ricorderò per sempre quanto voi siate state le più belle persone su questo pianeta. A voi tutta la mia stima e gratitudine. Grazie.

Grazie a tutta la mia Famiglia: Andrei, Anastasia, Mădalina, Marieta e Costel.

Un fratello, una sorella, una nipote e degli zii fantastici, non di sangue ma per scelta.

Grazie ai miei Familiari: Ionel, Claudiu, Mihaela, Diana, Mihaela, Gabi e Darius.

Chi più chi meno c'è sempre stato, ma quando siamo tutti insieme, siamo fortissimi. Vă vreau bine.

Grazie Riccardo, amico mio tu sei un grande uomo, hai fatto pochi sbagli nella vita ma il più grande è stato conoscere me. Ovunque e per sempre sarò il tuo fastidio.

Grazie Alessia, il tuo sostegno costante, la tua dolcezza e soprattutto la tua pazienza mi hanno reso una persona migliore. Di meglio non avrei potuto desiderare. Ti amo.

Grazie Stefano, Gisella, Elena, Giacomino. Amici da sempre ma ancora non lo sapevamo. Le migliori persone da avere intorno in qualsiasi situazione. Vi voglio bene.

Ai miei amici e colleghi: dal latino “amici” significa “coloro che amano”, dal greco “φίλοι” significa “cari”. In entrambe le lingue, siete stati questo per me. Grazie.

Grazie ai miei nonni in particolare a Romică, è anche grazie a te che sono arrivato fin qui.

Grazie a me per non aver mai mollato.