UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA TOR VERGATA MACROAREA DI INGEGNERIA



CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN INGEGNERIA MECCANICA

DIGITAL TWIN PER LO SVILUPPO AERODINAMICO DI UNA MOTOGP MEDIANTE MESH MORPHING E MODELLI DI ORDINE RIDOTTO

Relatore:

Laureando:

Prof. Marco E. Biancolini

Filippo Bardelloni

Correlatori:

Ing. Emanuele Di Meo

Ing. Andrea Lopez

Anno Accademico 2022/2023

Introdu	zione			
Capitol	o 1 - A	nalisi CFD6		
1.1	Disc	cretizzazione		
1.2	Equ	azioni di governo7		
1.2	2.1	Conservazione della portata 8		
1.2	2.2	Conservazione della quantità di moto9		
1.2	2.3	Conservazione dell'energia 10		
1.2	2.4	Equazioni di Navier-Stokes 11		
1.3	Defi	inizione di flusso turbolento 13		
1.3	3.1	Simulazione numerica della turbolenza14		
Capitol	o 2 - C	Ottimizzazione		
2.1	Forr	nulazione di un problema di ottimizzazione 20		
2.2	Met	odi di ottimizzazione 20		
2.2	2.1	Metodo delle superfici di risposta 21		
2.1	Des	ign of experiments 22		
Capitol	o 3 - P	arametrizzazione di forma e mesh-morphing		
3.1	Rad	ial basis functions		
Capitol	o 4 - M	10delli di ordine ridotto 29		
4.1	Rac	colta dati 29		
4.2	Sing	Singular value decomposition		
4.3	Valutazione degli errori			
Capitol	o 5 - C	Caso di studio		
5.1	Imp	ortazione della mesh e set-up di Fluent 33		
5.2	Para	ametrizzazione di forma e set-up di RBF Morph		
5.2	2.1	Modifica 1: allungamento del muso 37		
5.2	2.2	Modifica 2: allungamento del cupolino 39		
5.2.3		Modifica 3: restrizione della carenatura frontale 40		
5.2	2.4	Modifica 4: inclinazione della parte inferiore della carenatura		
5.2.5		Modifica 5: restringimento del codone 43		
5.2	2.6	Modifica 6: abbassamento del serbatoio 44		
5.3	Crea	azione del DoE e set-up di RBP e Workbench 46		
5.4	Crea	azione delle superfici di risposta 48		

5.5	Generazione del ROM	49
Capitolo	6- Conclusioni	51
Bibliogra	fia	53

Introduzione

In questo lavoro di tesi viene presentato un metodo di lavoro per l'analisi e l'ottimizzazione dell'aerodinamica di un modello di MotoGP, basato sulla fluidodinamica computazionale, sulla parametrizzazione di forma mediante mesh morphing e sui modelli di ordine ridotto per la creazione di digital twin. L'obbiettivo del lavoro è quello di ridurre la resistenza all'avanzamento della moto, quantificata in termini di coefficiente di drag, in modo tale da migliorare le prestazioni del veicolo. Un miglioramento dell'aerodinamica del veicolo può comportare non solo una riduzione di drag aerodinamico, che si traduce in velocità di punta più elevate, ma anche un aumento della stabilità della moto, che rende possibile l'aumento della potenza dei motori o frenate sempre più al limite. Per questo negli ultimi anni questo settore ha assunto un ruolo chiave in MotoGP, come testimoniato dall'aumento, di anno in anno, di superfici alari e deviatori di flusso sulle moto.

Il processo di ottimizzazione della forma si articola in due parti. La prima fase è quella della simulazione numerica, operazione che serve non solo per un'analisi di configurazioni o geometrie già esistenti, ma che è cruciale per la raccolta di dati utili a guidare il lavoro svolto nella seconda fase, quella dell'ottimizzazione vera e propria della forma. In fase di simulazione vengono identificate le aree su cui si vogliono apportare le modifiche e vengono parametrizzate. In questo lavoro la parametrizzazione è stata attuata con la tecnica del mesh-morphing, un potente strumento che consente di distorcere la griglia di calcolo senza alterarne la topologia. Dopodiché si conduce un certo numero di analisi al variare dei parametri, per la raccolta dei dati utili a guidare il lavoro di ottimizzazione. I dati così ottenuti vengono interpolati e analizzati tramite degli algoritmi che ne ricercano la combinazione ottimale, guidando lo sviluppo del design ottimale per la situazione di interesse. Il costante aumento di potenza computazionale che si è verificato negli ultimi anni ha favorito lo sviluppo dei metodi di simulazione numerica, rendendo possibile l'analisi di una grande quantità di dati con livelli di accuratezza sempre crescenti. I metodi di

simulazione numerica, in particolare la fluidodinamica computazionale (CFD) alla base di questo lavoro, hanno assunto quindi un ruolo chiave in tutti i settori dell'ingegneria in quanto permettono lo studio di ampia casistica di configurazioni con costi e tempi estremamente inferiori rispetto ai test sperimentali ed è anche questo il motivo dell'aumento dell'interesse dei progettisti verso determinati settori precedentemente trascurati, come appunto quello dell'aerodinamica delle moto.

In questo lavoro di tesi è stato poi creato un modello di ordine ridotto per un'analisi immediata e poco costosa a livello computazionale, dei risultati ottenuti. I modelli di ordine ridotto (ROM) sono dei modelli che approssimano, con elevato grado di accuratezza, alcune caratteristiche di un sistema complesso ad elevati gradi di libertà. Tramite degli algoritmi, è possibile ridurre il numero di gradi di libertà del sistema per concentrarsi solo sulle proprietà di interesse. I modelli di ordine ridotto hanno assunto negli ultimi anni una grande rilevanza nell'ambito della progettazione meccanica, data la rapidità e la semplicità con cui consentono l'analisi di un elevato numero di configurazioni, permettendo di affrontare problemi complessi in modo efficiente ed efficace.

Capitolo 1 - Analisi CFD

La fluidodinamica computazionale (computational fluid dynamics, CFD) è una disciplina che si occupa di simulare e analizzare fenomeni fluidodinamici, scambi di massa e calore e reazioni chimiche, tramite la soluzione numerica delle equazioni di governo, un set di equazioni differenziali alle derivate parziali che verranno trattate nel dettaglio nel seguito. Tramite l'analisi CFD è possibile predire il comportamento del flusso fluido, ricavando informazioni dettagliate su campi di velocità, temperatura e pressione, ma anche prevedere l'interazione tra questo ed i corpi solidi che attraversa, come forze di lift e drag generate sulla superficie del solido che il fluido lambisce. Negli ultimi anni l'analisi CFD ha assunto un ruolo chiave in tutte le fasi della progettazione, dallo sviluppo di nuove soluzioni alla loro ottimizzazione, in quanto consente la simulazione e la prova di un ampio numero di casi, abbattendo tempi e costi rispetto ai classici test sperimentali. Questi ultimi rimangono imprescindibili per la corretta valutazione di una soluzione, ma grazie all'analisi numerica è possibile scartare le soluzioni meno valide e riservare i test solo ai casi di maggiore interesse.

1.1Discretizzazione

Il flusso fluido può essere descritto risolvendo le PDE in forma continua, in modo tale da calcolare le caratteristiche fluidodinamiche in ogni punto del sistema. Tuttavia, per la maggior parte dei problemi, la soluzione analitica delle PDE non può essere ricavata. Per ottenere una soluzione bisogna quindi discretizzare il sistema in un numero finito di elementi per i quali è possibile risolvere le equazioni di governo. Il solutore CFD Ansys Fluent, utilizzato per questo lavoro, utilizza un metodo di discretizzazione a volumi finiti (finite volume method, FVM). Questa tecnica consiste nella suddivisione del sistema in un numero finito di volumi di controllo non sovrapposti, detti celle. Per ogni cella le equazioni di trasporto vengono applicate in punti discreti, detti nodi, locati nel centro della cella. In ogni nodo vengono risolte le equazioni di governo in forma discreta, ossia approssimate ad un sistema di equazioni algebriche e le grandezze fluidodinamiche, in ogni volume di controllo, vengono calcolate per iterazione con metodi numerici, in base ai valori calcolati nelle celle adiacenti. La forma generale dell'equazione di trasporto di Reynolds per una generica proprietà scalare Φ si può scrivere come:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_c} \rho \Phi d\mathbf{V} + \oint_{S_c} \rho \Phi \mathbf{V} \cdot \hat{n} dA = \oint_{S_c} \Gamma_{\Phi}(\nabla \Phi) \cdot \hat{n} dA + \int_{V_c} S_{\Phi} dV$$

I quattro termini dell'equazione rappresentano, procedendo da sinistra a destra, la variazione di Φ nel volume di controllo, flusso convettivo di Φ , diffusione di Φ con coefficiente di diffusione Γ_{Φ} , eventuali sorgenti o pozzi di Φ (ad esempio forze di volume nell'equazione di conservazione della quantità di moto o reazioni chimiche nell'equazione della conservazione dell'energia). Le equazioni di trasporto della massa, del momento e dell'energia si ottengono sostituendo al valore di Φ i valori indicati in tabella:

EQUAZIONE	Φ
continuità	1
Momento lungo x	u
Momento lungo y	V
Momento lungo z	W
Energia	е

Tabella 1-	 Coefficienti 	equazioni	di trasporto

1.2 Equazioni di governo

Le equazioni di governo dei problemi di fluidodinamica sono un set di equazioni differenziali alle derivate parziali (partial differential equations, PDE) note come equazioni di Navier-Stokes. Tali equazioni si ricavano a partire da tre principi cardine della fisica, ossia il principio di conservazione della massa, il principio di conservazione della massa, il principio di conservazione della conservazi

proprietà di un sistema termodinamico, e di conseguenza le equazioni di governo, possono essere descritte analiticamente seguendo due approcci diversi, l'approccio Lagrangiano e l'approccio Euleriano. Il primo consiste nel seguire l'evoluzione della singola particella fluida durante l'efflusso, descrivendo le sue proprietà come funzione del tempo, mentre il secondo studia la variazione delle proprietà del fluido in una regione di spazio fissa, detta volume di controllo e delimitata da delle superfici dette superfici di controllo. Le equazioni di governo possono essere facilmente formulate seguendo un approccio Lagrangiano e poi, tramite il teorema del trasporto di Reynolds, riformulate in forma Euleriana in quanto in questa forma sono più utili da un punto di vista applicativo. Per farlo è fondamentale anche un altro teorema del calcolo differenziale, il teorema della divergenza di Gauss, che consente il passaggio da integrale di superfice ad integrale di volume:

$$\oint_{A} \vec{U} \cdot \hat{n} \, dA = \oint_{V} \nabla \cdot \vec{U} \, dA$$

Dove \vec{U} è una generica funzione vettoriale

1.2.1 Conservazione della portata

L'equazione di conservazione della portata, anche detta equazione di continuità, si può scrivere facilmente in forma Lagrangiana come:

$$\frac{dM}{dt} = 0$$

La forma Euleriana si ottiene applicando l'equazione del trasporto con le sostituzioni Φ =1 e S_{ϕ} = 0 e sfruttando il teorema della divergenza per trasformare gli integrali di superficie in integrali di volume. In questo modo si ottiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V} = 0$$

La conservazione della massa può quindi essere espressa in forma cartesiana per un flusso tridimensionale come:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0$$

 $\operatorname{Con} \vec{V} = \{u, v, w\}$

Per un flusso incomprimibile, inoltre, la relazione può essere ulteriormente semplificata in quanto, assumendo la densità costante, si ottiene:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0$$

1.2.2 Conservazione della quantità di moto

L'equazione di conservazione della quantità di moto, che deriva dalla seconda legge di Newton, può essere scritta in forma Lagrangiana come:

$$\frac{d(M\vec{V})}{dt} = \vec{F_S} + \vec{F_V}$$

Dove con $\overrightarrow{F_S}$ sono state indicate le forze di superficie che agiscono sulla superficie della particella fluida mentre con $\overrightarrow{F_V}$ sono state indicate le forze di volume.

Per ottenere la relazione in forma Euleriana il procedimento è analogo al caso della conservazione della massa. Si applicano quindi il teorema del trasporto di Reynolds e il teorema della divergenza per ottenere:

$$\iiint_{V_C} \left[\frac{\partial (\rho \vec{V})}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla (\rho \vec{V}) \right] dV = \vec{F_s} + \vec{F_v}$$

Le forze di superficie sono generate dalla pressione e dagli stress viscosi e quindi possono essere scritte come somma di due contributi:

$$\overrightarrow{F_s} = - \oint_{S_c} p\hat{n} \, dA + \oint_{S_c} \overline{\tau} \cdot \hat{n} \, dA$$

Con $\overline{\tau}$ tensore degli stress viscosi. Le forze di volume possono invece essere scritte nella forma più generale come:

$$\overrightarrow{F_{v}} = \iiint_{V_{C}} \overrightarrow{F'_{v}} \, dV$$

A questo punto quindi applicando il teorema della divergenza agli integrali di superficie si ottiene la conservazione della quantità di moto in forma differenziale:

$$\frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla(\rho\vec{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} + \overrightarrow{F'_{v}}$$

1.2.3 Conservazione dell'energia

L'equazione di conservazione dell'energia, che si basa sulla prima legge della termodinamica, può essere scritta in forma Lagrangiana come:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}$$

Dove *E* è l'energia totale posseduta dalla particella, \dot{Q} il calore scambiato con l'esterno e \dot{W} il lavoro scambiato dal fluido.

L'energia totale per unità di massa di fluido e_t e può essere espressa come somma dei tre termini:

- *e*_i energia interna per unità di massa, funzione della temperatura
- e_k energia cinetica per unità di massa, funzione della velocità del fluido
- e_p energia potenziale per unità di massa, funzione della quota del fluido

Il calore \dot{Q} scambiato dal fluido attraverso la superficie di controllo, per scambi conduttivi è invece esprimibile come:

$$\dot{Q} = - \oint_A (-k \,\nabla T) \, dA$$

Dove con k è stata indicata la conduttività termica

Il lavoro scambiato, infine, è dovuto principalmente a due contributi:

• Lavoro di pressione: è il lavoro legato alle forze di pressione agenti sulla superficie di controllo e può essere espresso come

$$\dot{W}_p = \oint\limits_A p(\vec{V} \cdot \hat{n}) \, dA$$

• Lavoro viscoso: è il lavoro legato all'attrito viscoso tra le particelle di fluido adiacenti e si esprime come

$$\dot{W}_v = \oint\limits_A \left(\bar{\bar{\tau}} \cdot \vec{V} \right) \cdot \hat{n} \, dA$$

Applicando il teorema del trasporto di Reynolds e il teorema della divergenza, tenendo conto dell'eventuale presenza di sorgenti di energia, si ricava l'equazione della conservazione dell'energia:

$$\frac{\partial(\rho e_t)}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\vec{V}(\rho e_t + p) \right] = \nabla \cdot \left[k \nabla T + \left(\bar{\bar{\tau}} \cdot \vec{V} \right) \right] + \dot{S}_g$$

1.2.4 Equazioni di Navier-Stokes

Le equazioni di Navier-Stokes si ricavano sostituendo nell'equazione di conservazione della quantità di moto l'espressione del tensore degli stress viscosi ricavata facendo le seguenti ipotesi:

- Gli stress viscosi non sono generati né da un moto di pura traslazione né da un moto di pura rotazione
- Il fluido è isotropo

- Il fluido si comporta come un fluido Newtoniano
- Le forze generate dagli stress viscosi non hanno componente normale alla superficie di controllo, ma solo tangenziale

Sotto queste condizioni le componenti del tensore degli stress viscosi in coordinate cartesiane possono essere scritte come:

$$\bar{\bar{\tau}}_{ij} = 2\mu \left[\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \nabla \cdot \vec{V} \delta_{ij} \right]$$

Con:

- μ viscosità dinamica
- ε_{ij} componente del tensore della velocità di deformazione
- δ_{ij} delta di Kronecker

Sostituendo la relazione in quella della conservazione della quantità di moto si ottiene l'equazione di Navier-Stokes per fluidi a viscosità costante:

$$\rho\left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V}\right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{V} + \frac{1}{3}\mu \nabla \left(\nabla \cdot \vec{V}\right) + \vec{F_v}$$

Questa è un'equazione vettoriale che nello spazio può essere scomposta in tre equazioni scalari nelle tre incognite rappresentate dalle componenti del vettore velocità.

Una volta ricavate tutte le equazioni di bilancio, per la soluzione di un problema di fluidodinamica il numero di equazioni che devono essere utilizzate dipende dalla tipologia di problema in esame. Nel caso particolare di flusso incomprimibile, la densità è una costante e quindi le uniche incognite che devono essere determinate sono le tre componenti del vettore velocità e la pressione. Per farlo sono necessarie quindi quattro equazioni scalari indipendenti, rappresentate quindi dall'ultima relazione ricavata, unita a quella della conservazione della massa per fluidi incomprimibili ricavata in precedenza. Se invece il flusso è comprimibile, il problema si complica in quanto aumentano le equazioni che devono essere utilizzate per la chiusura. Si dovrà quindi in questi casi tener conto anche dell'equazione di conservazione dell'energia e dell'equazione di stato del fluido in esame.

1.3Definizione di flusso turbolento

Un flusso si definisce turbolento quando è caratterizzato da un moto disordinato, non stazionario, completamente tridimensionale ed esibisce fluttuazioni caotiche delle caratteristiche fluidodinamiche sia a livello spaziale che temporale. O. Reynolds fu uno dei primi scienziati ad indagare questa condizione di moto ed individuò un parametro adimensionale al cui valore è correlato il comportamento del fluido. Tale parametro, detto appunto numero di Reynolds, può essere espresso come:

$$Re = \frac{\rho u D}{v}$$

Con:

- ρ densità del fluido
- *u* velocità
- D dimensione caratteristica
- *v* viscosità dinamica del fluido

Il numero di Reynolds mette in relazione le forze di inerzia e quelle viscose agenti dalle particelle di fluido durante il moto. Per bassi valori del numero di Reynolds il flusso è caratterizzato da un moto ordinato delle particelle di fluido ed è detto laminare. In questo tipo di moto quindi le forze viscose prevalgono su quelle di inerzia. All'aumentare del valore del numero di Reynolds però il flusso diventa instabile e assume la natura caotica caratteristica di un flusso turbolento. In questo tipo di moto quindi le forze di inerzia prevalgono su quelle viscose. Il moto assunto dal fluido nel passaggio tra laminare e turbolento è detto moto di transizione e per ogni flusso laminare esiste un valore critico del numero di Reynolds per il quale la transizione a moto turbolento ha inizio. Nella maggior parte delle applicazioni, il numero di Reynolds critico ha valori modesti e quindi nella pratica si ha quasi sempre a che fare con flussi turbolenti.

Una delle caratteristiche più importanti dei flussi turbolenti è l'esistenza di diverse scale di turbolenza, ossia di strutture vorticose di diverse dimensioni. Questo è dovuto all'instabilità dei vortici di grandi dimensioni che si frammentano in strutture via via più piccole. Le scale più grandi sono dotate di un alto contenuto energetico e tendono a deformare le scale più piccole, fornendogli energia e aumentando la loro vorticosità. Questo trasferimento di energia dalle scale più grandi a quelle più piccole è detto cascata di energia e ha fine quando le strutture sono talmente piccole che la viscosità ne causa la dissipazione prima che l'instabilità riesca a propagarsi. A questo punto tutta l'energia rimanente viene dissipata sottoforma di calore. Le scale più grandi, quindi, sono responsabili dell'estrazione dell'energia dal flusso e fornendo energia alle scale più piccole rendono possibile il mantenimento della caratteristica turbolenta che, essendo un fenomeno fortemente dissipativo, necessita di una fonte continua di energia per mantenersi. Si può dimostrare inoltre che la differenza tra le scale più grandi e quelle più piccole aumenta all'aumentare del numero di Reynolds.

1.3.1 Simulazione numerica della turbolenza

L'informazione sulla dinamica dei fenomeni turbolenti è interamente contenuta nelle equazioni di Navier-Stokes. Sapendo però che all'aumentare del numero di Reynolds la differenza tra le scale più grandi e quelle più piccole aumenta e che per la maggior parte delle applicazioni industriali i numeri di Reynolds sono elevati, si capisce che da un punto di vista computazionale è molto dispendioso risolvere tutte le scale di turbolenza. È necessario, quindi, individuare un punto della cascata al di là del quale smettere di risolvere direttamente le scale di turbolenza ed iniziare ad adoperare un modello che descriva gli effetti delle scale rimanenti. Esistono diverse tecniche di calcolo della turbolenza che si differenziano proprio per quali scale di moto vengono calcolate e quali vengono modellate. Gli approcci che possono essere seguiti sono essenzialmente tre: DNS, LES e RANS.

1.3.1.1 Simulazione diretta (DNS)

La tecnica apparentemente più semplice per la simulazione numerica dei flussi turbolenti è quella della soluzione diretta delle equazioni di Navier-Stokes, che, come detto in precedenza, contengono tutta la fisica dei flussi turbolenti e sono in grado di descrivere il moto e l'interazione di tutte le scale di moto. Tale tecnica prende il nome di simulazione numerica diretta (direct numerical simulation, DNS) e consiste quindi nel simulare tutte le scale di turbolenza, dalle più grandi alle più piccole. Allo stato attuale dell'arte la simulazione diretta di un flusso ad un numero di Reynolds modesto costituisce già una sfida per i moderni supercalcolatori anche per geometrie molto semplici. Considerando quindi che la geometria delle applicazioni industriali è molto più complessa e tenendo conto anche delle disomogeneità del flusso, si capisce che la simulazione diretta non sarà un approccio percorribile neanche nei prossimi decenni.

1.3.1.2 Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)

Una filosofia diametralmente opposta alla simulazione diretta è rappresentata dalla metodologia RANS. In questo caso, infatti, vengono risolte le equazioni di Navier-Stokes per le grandezze fluidodinamiche mediate nel tempo e nessuna scala di turbolenza viene risolta direttamente ma vengono tutte modellate. Quello che si calcola è quindi l'effetto della turbolenza sul flusso medio. Questo tipo di approccio è largamente usato nella pratica in quanto molto efficiente da un punto di vista computazionale. Inoltre, nella maggior parte delle applicazioni, non è necessario conoscere gli effetti istantanei ma è molto più utile conoscere il moto medio del fluido. L'idea alla base di questo modello è quella di scomporre le variabili fluidodinamiche in una componente media legata al moto macroscopico del flusso e in una fluttuante legata alla turbolenza. Analiticamente questa decomposizione, detta decomposizione di Reynolds, si può esprimere per una generica proprietà fluidodinamica Φ come:

$$\Phi = \overline{\Phi} + \Phi'$$

Con $\overline{\Phi}$ componente media e Φ' componente fluttuante. La componente media si può esprimere come:

$$\overline{\Phi} = \frac{1}{T} \int_0^T \Phi \, dt$$

ossia come media temporale calcolata in un intervallo di tempo T tale che la media delle fluttuazioni nell'intervallo sia nulla:

$$\overline{\Phi'} = \frac{1}{T} \int_0^T \Phi' \ dt$$

Le equazioni di Navier-Stokes possono essere riscritte usando la decomposizione di Reynolds per descrivere il flusso medio e in questa forma prendono il nome di equazioni Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS). Dato che il campo medio è spesso stazionario, grazie alla decomposizione di Reynolds è possibile quindi sviluppare un modello molto più leggero da un punto di vista computazionale rispetto alla risoluzione dell'intero flusso non stazionario. Considerando l'equazione della conservazione della quantità di moto e applicando la decomposizione di Reynolds si ottiene:

$$\rho\left[\frac{\partial \vec{\bar{V}}}{\partial t} + \vec{\bar{V}} \cdot \nabla \vec{\bar{V}}\right] + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_{\iota} u'_{\iota}}) = -\nabla \bar{p} + \mu \nabla^2 \vec{\bar{V}}$$

nell'equazione così scritta si può notare la comparsa di un termine in più rispetto all'equazione della conservazione della quantità di moto, il secondo al primo membro, detto stress di Reynolds ed è legato alle fluttuazioni. Questo termine è un tensore e come tale è composto da nove termini incogniti. Con la media temporale delle equazioni di Navier-Stokes si è passati quindi da un set di quattro equazioni in quattro incognite, le equazioni di Navier-Stokes appunto, ad un set di quattro equazioni in tredici incognite. Per la chiusura del problema è necessario quindi esprimere le nuove incognite, ossia le componenti del tensore degli sforzi di Reynolds, in funzione dei parametri del campo medio. Tale problema è noto come problema di chiusura delle RANS. Esistono diversi modelli di chiusura delle RANS e tra questi i più diffusi sono:

- Modello k-ε: è un modello a due equazioni in quanto utilizza due equazioni di trasporto aggiuntive, una per l'energia cinetica turbolenta k e l'altra per la velocità di dissipazione ε. Il modello k- ε è largamente usato poiché efficiente dal punto di vista computazionale. Le sue principali limitazioni consistono nel poterlo applicare solamente nel caso di flussi con turbolenza pienamente sviluppata e nel fornire risultati non affidabili in presenza di zone ad elevata separazione, elevata curvatura delle linee di corrente ed elevati gradienti di pressione.
- Modello k-ω: come il modello precedente, anche questo è un modello che utilizza due equazioni di trasporto aggiuntive, una sempre per l'energia cinetica turbolenta k e l'altra per il rateo di dissipazione ω, una misura della velocità a cui l'energia turbolenta viene dissipata. A differenza del k-ε, questo modello è molto più preciso nelle regioni vicino a parete e nelle zone in cui si evidenziano elevati gradienti di pressione. Uno dei problemi principali, invece, risiede nella difficoltà di scelta delle giuste condizioni al contorno da assegnare alla corrente indisturbata a monte. Al variare del valore di ω scelto all'ingresso del dominio, le grandezze del flusso calcolate possono variare sensibilmente.
- Modello k-ω SST: anche questo è un modello di turbolenza a due equazioni, che combina i vantaggi dei due precedenti. Questo metodo, infatti, prevede l'utilizzo di una formulazione k-ω nelle regioni interne allo strato limite e di una formulazione k-ε nelle regioni esterne allo strato limite e del flusso libero, riducendo così la sensibilità del modello alle condizioni al contorno della corrente indisturbata. Questo rende il modello molto versatile e valido per svariate condizioni di flusso e per questo largamente adoperato nella pratica ingegneristica.

1.3.1.3 Large Eddy Simulation

Un terzo tipo di approccio, intermedio tra la DNS ed i RANS, è la tecnica Large Eddy-Simulation (LES) in cui tutte le strutture più grandi vengono simulate direttamente, con una griglia adeguatamente fitta, mentre le scale del moto più piccole della griglia (o scale di sottogriglia) vengono modellate. Il vantaggio principale di questo approccio è che le scale sulle quali viene costruito il modello, ossia le scale più piccole, presentano caratteristiche universali a differenza delle scale più grandi che dipendono dalla geometria del flusso. L'idea è quindi quella di derivare un unico modello di turbolenza che vada bene per qualunque tipologia di flusso e debba essere tarato una sola volta per tutte. Nonostante tutto però la metodologia LES è ancora troppo onerosa dal punto di vista computazionale per la maggior parte delle applicazioni industriali, e quindi utilizzata solamente nei settori in cui conoscere le scale di turbolenza è molto importante, come lo studio della combustione o dei fenomeni naturali.

Capitolo 2 - Ottimizzazione

Con il termine ottimizzazione si intende, in generale, il raggiungimento del massimo risultato possibile in relazione a un determinato fine. Da un punto di vista pratico, un problema di ottimizzazione consiste nel massimizzare o minimizzare, a seconda dell'applicazione, una funzione, detta funzione obiettivo, che rappresenta lo scopo che si vuole raggiungere. Nello studio dell'aerodinamica di un veicolo, ad esempio, la funzione obiettivo può essere il drag e lo scopo dell'analisi può essere la riduzione di questo parametro per un miglioramento delle prestazioni. Grazie allo sviluppo di calcolatori sempre più potenti è ormai possibile prendere in considerazione una grande quantità di variazioni di forma e di parametri, non solo legati all'ambito fluidodinamico ma anche ad altri settori come quello strutturale o di sicurezza, il che consente di trovare soluzioni ottimali in modo molto più efficiente rispetto ai metodi sperimentali classici. La formulazione di un problema di ottimizzazione prevede quindi quattro fasi:

- 1. **Identificazione del problema:** bisogna stabilire l'obbiettivo che si intende raggiungere, sia in termini di grandezze da ottimizzare che in termini di variazione richiesta
- 2. **Definizione delle variabili di progetto:** bisogna definire le variabili su cui si può lavorare per ottenere lo scopo prefissato
- Rappresentazione dei vincoli: spesso in un problema di ottimizzazione ci possono essere dei vincoli, che possono servire a mantenere le proprietà o la funzionalità dell'oggetto
- **4. Scelta del modello:** in base al tipo di funzione obbiettivo bisogna scegliere il modello più adatto alla simulazione del problema.

2.1 Formulazione di un problema di ottimizzazione

Come accennato in precedenza, risolvere un problema di ottimizzazione consiste nel trovare il minimo o il massimo di una funzione obbiettivo. Per il teorema di Weirstrass data una generica funzione $\psi(x)$, continua e definita in un intervallo chiuso e limitato, questa ammette massimo e minimo assoluti. Questi punti possono essere ricavati annullando il gradiente della funzione, ossia imponendo:

$$\nabla \psi(\mathbf{x}) = 0$$

Se in particolare si cerca il punto di minimo assoluto, allora oltre ad annullare il gradiente il punto trovato deve anche essere tale che la matrice hessiana di $\psi(x)$, calcolata in quel punto stazionario, sia definita positiva. detto x_0 il punto di minimo assoluto deve quindi verificarsi:

$$H\big(\psi(x_0)\big) > 0$$

Se il problema che si deve risolvere è vincolato, invece, per trovare i punti di massimo e minimo relativi si usa il teorema dei moltiplicatori di Lagrange. In particolare, detta $g(\mathbf{x})$ la funzione che esprime il vincolo, e ammettendo che $\psi(\mathbf{x})$ e $g(\mathbf{x})$ siano due funzioni di classe C^1 , i punti stazionari si ricavano risolvendo il sistema

$$abla \psi(\mathbf{x}) + \lambda \nabla g(\mathbf{x}) = 0$$

$$g(\mathbf{x}) = 0$$

2.2 Metodi di ottimizzazione

In generale esistono diverse metodologie per la ricerca della soluzione ottimale. Una prima classificazione distingue problemi di ottimizzazione globale e problemi di ottimizzazione locale. I primi mirano a trovare la miglior risultato possibile in uno spazio di soluzioni molto ampio e nel quale si possono identificare più punti di massimo e minimo locale prima di trovare la soluzione globalmente migliore. In questo modo si possono prendere in considerazione soluzioni anche molto diverse tra loro. Quando si cerca una soluzione non troppo distante dal caso di partenza, invece, si parla di problemi di ottimizzazione locale in quanto si ricerca una soluzione di ottimo locale. Questi metodi sono molto più rapidi rispetto ai precedenti da un punto di vista computazionale in quanto lavorano in un dominio molto più ristretto.

Tra i metodi che permettono di ricavare il minimo o il massimo assoluto ci sono i metodi di ordine zero, che esplorano lo spazio delle soluzioni in maniera stocastica, cercando di individuare i punti stazionari globali. Si utilizzano questi metodi quando si vuole prendere in considerazione tutto il dominio ma richiedono costi computazionali elevati, che crescono velocemente con l'aumentare dei parametri di progetto. Tra i metodi di ordine zero troviamo il metodo delle superfici di risposta utilizzato per questo lavoro di tesi e quindi approfondito in seguito.

Tra i metodi che convergono verso minimi locali ci sono i metodi basati sul gradiente, così detti perché sfruttano il gradiente della funzione obiettivo per la ricerca del punto di ottimo. I metodi basati sul gradiente sono tecniche iterative e convergono molto più velocemente di quelli di ordine zero, ma verso punti stazionari locali e inoltre richiedono la continuità al secondo ordine delle funzioni obbiettivo.

2.2.1 Metodo delle superfici di risposta

Come detto in precedenza il metodo delle superfici di risposta fa parte dei metodi di ordine zero e si chiama così perché si basa sulla costruzione di superfici di risposta. La creazione di tali superfici necessita un set di dati di partenza che possono essere ottenuti da un'ottimizzazione precedente o, come in questo caso, tramite un design of experiments (DoE). I dati raccolti vengono poi interpolati tramite un determinato modello e utilizzati per quantificare la relazione tra i parametri di ingresso e la variabile di risposta per creare le superfici in questione. Esistono diversi modelli matematici per la creazione delle superfici di risposta. I più diffusi sono:

- Modello standard con polinomi di secondo grado: utilizza polinomi di secondo grado per approssimare la relazione che lega i parametri di input a quelli di risposta. Risulta efficace in quanto fornisce una buona approssimazione delle superfici di risposta nonostante la bassa complessità. È molto utile quando si necessita di una risposta rapida essendo i polinomi di secondo grado rapidi da calcolare.
- Modello Kriging: si basa sull'assunzione che le grandezze varino nello spazio con continuità, il che comporta che le grandezze calcolate in due punti vicini sono più simili rispetto alle stesse grandezze calcolate in punti più distanti tra loro. Il valore della risposta in un punto non noto viene quindi calcolato in base alla sua distanza dai punti noti, una volta aver calcolato la funzione che esprime la variazione spaziale della grandezza. Quando la relazione tra le variabili di input e quelle di output è non lineare questo modello offre risultati migliori rispetto al precedente.
- Genetic aggregation: utilizza algoritmi genetici per l'interpolazione dei dati, ossia degli algoritmi iterativi che si basano sulla teoria dell'evoluzione dei sistemi biologici, in cui la sopravvivenza di una specie dipende dalla sua idoneità rispetto alle altre. In particolare, tali algoritmi cercano, tra i parametri di input, quelli che forniscono una risposta più attendibile e li usano come "genitori" per la creazione della popolazione successiva, incrociandoli tra loro in maniera casuale e valutando la risposta ottenuta. Questo tipo di algoritmo fornisce dei risultati estremamente accurati indipendentemente dall'accuratezza dei dati di input. E' pero molto dispendioso dal punto di vista computazionale.

2.1 Design of experiments

Come accennato precedentemente, la creazione delle superfici di risposta (e la creazione del ROM) necessita la disponibilità di una serie di dati che esprimano il cambiamento della risposta cercata in funzione dei parametri di progetto. Un metodo molto efficiente per condurre gli esperimenti è quello del design of experiments (DoE),

una tecnica statistica che ha come scopo quello di ottenere il massimo delle informazioni possibili dal minimo numero di esperimenti, in modo tale da minimizzare le risorse di calcolo impiegate. Un DoE è costituito da una serie di punti di progetto (design points, DPs) che differiscono tra loro per i valori delle variabili in ingresso, anche detti fattori, fatte variare in un intervallo di valori scelto. Il numero dei punti deve essere sufficientemente elevato da ottenere risultati attendibili ma non troppo grande da appesantire eccessivamente i tempi di calcolo. Ogni design point viene simulato tramite un'analisi CFD e i dati ottenuti possono essere utilizzati non solo per la creazione di superfici di risposta ma anche per l'addestramento di modelli di ordine ridotto. Esistono diverse tipologie di DoE che si differenziano in base al modo con cui vengono selezionati e organizzati i punti di progetto. Tra le tipologie principali troviamo:

- Campionamento Latin Hypercube: è un metodo statistico di campionamento che prevede la suddivisione del range impostato per ogni variabile in un numero di intervalli di stessa ampiezza in base al numero di punti di progetto impostati. Per ciascun parametro viene selezionato casualmente un punto all'interno di ciascun sotto intervallo evitando la ripetizione dello stesso valore. Questo metodo di campionamento è molto utile per massimizzare l'efficienza del campionamento, consentendo di minimizzare il numero di punti e al tempo stesso di ottenere un risultato accurato.
- **Central Composite Design (CCD):** è una tecnica che consiste nell'ottenere dei nuovi punti tramite una rotazione di 45 gradi dei punti fattoriali, ossia i punti ottenuti assegnando i valori -1 e 1 rispettivamente all'estremo inferiore e a quello superiore di ogni parametro di progetto. I nuovi punti così ottenuti prendono il nome di punti assiali in quanto localizzati sugli assi cartesiani centrati nel punto corrispondente al valore medio dell'intervallo scelto per il parametro, dello spazio generato dai parametri. Per esempio, per due parametri di input x_1, x_2 , si ottiene quanto mostrato in figura, dove i punti assiali sono identificati dal parametro α :



Figura 1- Punti nel campionamento CCD

• Box–Behnken designs (BBD): anche in questo caso ogni parametro di input è suddiviso in tre livelli a cui vengono assegnati i valori -1, 0, 1 rispettivamente per il valore minimo, medio e massimo assunto dal parametro. I DPs vengono definiti in modo tale da evitare che tutti i parametri si trovino contemporaneamente nelle condizioni estremali, ossia tutte al livello minimo o tutte al livello massimo. Ad esempio, nello spazio tridimensionale generato da tre fattori di input x_1, x_2, x_3 questo si ottiene posizionando i punti nel punto medio di ogni lato del cubo riportato in figura:



Figura 2 - Punti nel campionamento BBD

Capitolo 3 - Parametrizzazione di forma e mesh-morphing

La parametrizzazione di forma è una tecnica alla base di ogni problema di ottimizzazione geometrica e consiste nella rappresentazione della geometria del sistema di interesse tramite un insieme di parametri che possono essere regolati per generare diverse configurazioni. Esistono diversi modi per effettuare una parametrizzazione di forma. La prima strada percorribile è quella di intervenire direttamente sulla geometria del modello. La modifica che si vuole implementare, ad esempio un inspessimento di una parete o una variazione di lunghezza di un lato, è apportata direttamente al modello CAD. Il problema di questa metodologia di lavoro è quello di dover creare una nuova griglia di calcolo per ogni valore assunto dai parametri. Oltre ad essere un processo molto dispendioso in termini di tempo, il remeshing può apportare delle modifiche alla topologia della griglia di partenza che inducono un rumore nei risultati della simulazione. Il secondo metodo invece è quello di ottenere una parametrizzazione di forma utilizzando mediante mesh-morphing, una tecnica che consente di cambiare la forma della griglia di calcolo senza modificarne la topologia e senza dover generare una nuova mesh. L'approccio alla base del mesh morphing è quello di riposizionare i nodi della griglia di partenza in modo tale da deformarla e ottenere la nuova geometria, senza dover ricostruire il CAD e la mesh associata. Il vantaggio del mesh-morphing è quindi duplice, in quanto consente sia di abbattere i tempi di update del modello sia di eliminare il rumore dovuto al remeshing. Tra gli algoritmi più diffusi per il mesh morphing, uno dei più efficienti e versatili è quello che utilizza le Radial Basis Function (RBF). Il software utilizzato per questo lavoro di tesi, RBF Morph, utilizza l'approccio basato sulle RBF e consente di definire la parametrizzazione di forma direttamente all'interno di Fluent.

3.1 Radial basis functions

Le funzioni di base radiale (RBF) sono una categoria di funzioni il cui valore dipende dalla distanza tra il punto in cui la funzione viene calcolata e un set di punti fissi del dominio detti punti sorgente. Nell'operazione di mesh morphing quindi, lo spostamento viene imposto su un set di punti sorgente e, tramite le RBF, viene interpolato, ricavando lo spostamento dei nodi in funzione della loro posizione rispetto ai punti sorgente. La procedura è indipendente dalla mesh in quanto non è necessaria alcuna corrispondenza tra i punti sorgente e i nodi.

Analiticamente la funzione di interpolazione, che rappresenta lo spostamento $s(\vec{x})$ del generico punto \vec{x} del dominio, può essere scritta come:

$$s(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i \Phi(\|\vec{x} - \overrightarrow{x_{ki}}\|) + h(\vec{x})$$

dove N è il numero di punti sorgente, $\Phi(\|\vec{x} - \vec{x_{kl}}\|)$ è la funzione radiale scelta, dipendente dalla distanza tra il punto \vec{x} e il punto sorgente $\vec{x_{kl}}$, γ_i il peso della funzione radiale, $h(\vec{x})$ un termine polinomiale il cui grado dipende dalla funzione di base scelta e che garantisce l'esistenza e l'unicità della soluzione. Si può dimostrare che la funzione interpolante è unica se la RBF è condizionalmente definita positiva. Se questa condizione è verificata e se l'ordine polinomiale è minore o uguale a 2, il termine polinomiale nello spazio si può scrivere come:

$$h(\vec{x}) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 z$$

a questo punto le incognite del problema sono i coefficienti polinomiali β_i e i pesi γ_i che possono essere calcolati imponendo le due condizioni:

 Nei punti sorgente la funzione di interpolazione assume lo stesso valore dello spostamento g_i imposto:

$$s(\overrightarrow{x_{k\iota}}) = g_i$$

• Condizione di ortogonalità:

$$\sum_{i=1}^{N} \gamma_i h(\overrightarrow{x_{ki}}) = 0$$

Esiste una vasta gamma di funzioni di base che possono essere utilizzate e a seconda della scelta che viene effettuata si ottiene un'interpolazione differente. Questo, oltre a garantire una buona qualità della mesh deformata, fa sì che il metodo di mesh morphing basato sulle RBF sia molto versatile. Variando la funzione di base a seconda del problema analizzato varia la precisione della deformazione ma anche il costo computazionale dell'operazione. Tra le diverse RBF che si possono essere utilizzate, alcune tra le più diffuse sono:

- Quadratiche inverse: $\varphi(r) = \frac{1}{1 + (\varepsilon r)^2}$
- Multiquadratiche inverse (IMQ): $\varphi(r) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\varepsilon r)^2}}$
- Multiquadratiche (MQ): $\varphi(r) = \sqrt{1 + (\varepsilon r)^2}$
- Gaussiane: $\varphi(r) = e^{-(\varepsilon r)^2}$

Capitolo 4 - Modelli di ordine ridotto

I modelli di ordine ridotto sono semplificazioni di modelli dinamici complessi che catturano le caratteristiche principali dei modelli sorgente e le rappresentano in forma approssimata. Una volta costruito, il ROM offre una stima precisa, interattiva e quasi istantanea delle grandezze in esame, rendendo possibile un'analisi rapida degli effetti della variazione di un parametro di input sul sistema, con un dispiego basso di risorse computazionali. I ROM sono molto utili nell'analisi di sistemi con un elevato numero di parametri. In questi casi, infatti, la simulazione del modello completo è un'operazione lunga e dispendiosa a livello computazionale, ma può essere effettuata in modo rapido e efficiente tramite l'utilizzo ROM che rappresentano in modo accurato il comportamento del sistema su scala ridotta. Questi modelli costituiscono un elemento molto utile in fase di ottimizzazione e controllo di un sistema in quanto consentono di esplorare rapidamente lo spazio dei parametri e per questo motivo stanno trovando sempre più applicazione nella pratica ingegneristica.

4.1 Raccolta dati

I rom vengono costruiti partire da una serie di snapshots, ossia dai dati ottenuti tramite delle simulazioni definite in un DoE che rappresentano lo stato del sistema al variare dei parametri di input. Questi parametri possono essere sia scalari che variabili di campo e possono essere sia grandezze fisiche che geometriche, come i parametri di forma definiti per la soluzione di un problema di ottimizzazione. Gli snapshots contengono le informazioni riguardanti le grandezze di interesse valutate nei nodi del modello e servono ad addestrare il modello. Non tutti i dati generati nel DoE vengono necessariamente utilizzati per la creazione del ROM, ma una parte di essi possono essere usati per la validazione della bontà del modello ottenuto. I dati degli snapshots vengono usati come dati di input di algoritmi di decomposizione che hanno lo scopo di estrarre i modi del sistema. I modi costituiscono una base vettoriale di ordine inferiore a quella del modello di partenza e sono fondamentali per la descrizione del comportamento del sistema. Esistono diversi tipi di algoritmi di decomposizione. Il pannello static ROM builder di ansys twinbuilder, il software utilizzato per questo lavoro, utilizza la decomposizione a valori singoli (singular value decomposition, SVD) in combinazione con un algoritmo di interpolazione per il calcolo della grandezza di interesse al variare dei parametri di progetto.

4.2Singular value decomposition

La prima parte della costruzione di un ROM consiste nella creazione di una base vettoriale rappresentativa di tutto il campo di soluzione nello spazio dei parametri di progetto. Questo viene fatto, come accennato precedentemente, tramite un algoritmo di decomposizione che estrae la base dai dati di ingresso (gli n snapshots). Detta M la matrice la cui colonna i-esima è costituita dall' i-esimo snapshot, questa può scomposta come segue

$$M = \begin{bmatrix} s_{01} & s_{11} & \dots & s_{n1} \\ s_{02} & s_{12} & \dots & s_{n2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{0m} & s_{1m} & \dots & s_{nm} \end{bmatrix} = U \cdot \Sigma \cdot V^{\frac{1}{2}}$$

Con:

- M matrice i cui vettori colonna sono gli snapshots
- Σ matrice diagonale i cui elementi non nulli sono detti valori singolari di M
- U matrice unitaria i cui vettori colonna sono detti vettori singolari sinistri
- *V** trasposta coniugata di una matrice unitaria V i cui vettori colonna sono detti vettori singolari destri

La matrice M può essere approssimata tramite una combinazione lineare dei primi rvettori singolari sinistri \vec{U}_i , con i=0,...,r ed $r \leq n$, detti modi. La precisione dell'approssimazione può essere espressa tramite il reduction relative RMS error, definito come:

reduction relative RMS error =
$$\frac{\|M - M_r\|}{\|M\|} = \frac{\sqrt{\sum_{i=r+1}^n \sigma_i^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}}$$

Con:

- *M_r* proiezione della matrice M nello spazio generato dagli r-modi
- σ_i valori singolari della matrice M

La generica soluzione \vec{X} può quindi essere scritta come una combinazione lineare degli r-modi ossia come:

$$\vec{X} = \sum_{i=1}^{r} \alpha_i \vec{U}_i$$

La scelta del numero di modi è un parametro fondamentale nel processo della creazione del ROM. Questi devono essere in numero sufficiente da garantire una rappresentazione adeguata del sistema, ma non eccessivo per non introdurre un rumore legato alle simulazioni. Per scegliere il numero ottimale di modi bisogna analizzare due tipi di errore. Il primo è l'errore di riduzione, ossia l'errore medio riscontrato proiettando i vettori dei dati di ingresso. Il secondo è detto leave one out error ed è calcolato rimuovendo un vettore alla volta dal set di addestramento e proiettandolo nei modi calcolati con i vettori rimanenti. Per un basso numero di modi, questi due errori sono molto simili e questo vuol dire che i modi rappresentano altrettanto bene sia i vettori del set di apprendimento che quelli al di fuori del set di apprendimento. All'aumentare del numero di modi, la differenza tra i due errori è sempre più significativa e questo vuol dire il set di apprendimento è rappresentato meglio rispetto ai punti al di fuori. In base alla differenza tra i due errori può essere identificato un numero di modi ottimo.

Per la creazione del ROM, dopo la riduzione bisogna procedere con la costruzione di una superficie di risposta dei coefficienti dei modi α_i . Per farlo, ogni snapshot $\vec{s_i}$ di

addestramento del modello viene proiettato nella base generata dagli r-modi. In questo spazio il vettore può essere scritto approssimato come:

$$\vec{s_i} = \sum_{i=1}^r \alpha_{p,i} \vec{U}_i$$

I coefficienti $\alpha_{p,i}$ di tutti gli snapshot di addestramento vengono interpolati tramite un algoritmo genetico per ricavare tutti i coefficienti α_i .

4.3 Valutazione degli errori

Per la valutazione della precisione del modello si possono prendere in considerazione diverse tipologie di errore. Per ogni design points è definito un ROM error come differenza tra la soluzione effettivamente simulata X_{ref} e la soluzione predetta dal ROM, ossia la soluzione X_{rom} calcolata come combinazione lineare dei modi $X_{rom} =$ $\sum_{i=1}^{r} \alpha_i U_i$

L'errore relativo per ogni design point si può calcolare quindi come:

$$ROM \ relative \ error = \frac{\|X_{ref} - X_{rom}\|}{\|X_{ref}\|}$$

Questo può essere visto come la somma di due contributi diversi, uno legato alla riduzione e un altro legato all' interpolazione. Il primo dipende dal numero di modi scelti e può essere diminuito aumentando tale numero o aumentando il numero di input di addestramento. Detto X_{proj} la proiezione di X_{ref} nello spazio generato dai modi, l'errore di riduzione relativo è definito come:

$$reduction \ relative \ error = \frac{\|X_{ref} - X_{proj}\|}{\|X_{ref}\|}$$

Il secondo dipende dall'interpolazione dei coefficienti α_i e può essere diminuito principalmente aumentando il numero dei dati in ingresso.

Capitolo 5 - Caso di studio

In questa sezione saranno discusse le procedure utilizzate per impostare il caso studio ed i set-up di tutti i software utilizzati, descritti con lo stesso ordine con cui è stato svolto il lavoro. La velocità scelta per la simulazione nella galleria del vento è 200 Km/h in quanto è un valore medio di percorrenza non troppo elevato e facilmente raggiungibile da una MotoGP, che può adattarsi bene all'analisi di un comportamento medio della moto.

5.1 Importazione della mesh e set-up di Fluent

Il CAD e la mesh del modello analizzato non sono stati realizzati ma importati. La prima cosa necessaria da fare è stata quindi quella di importare la mesh della moto e del pilota in Fluent, verificandone le dimensioni riportate in tabella:

Lunghezza case	20 m
Larghezza case	8 m
Altezza case	8 m
Lunghezza moto	2.15 m
Altezza moto	1.35 m
Larghezza moto	0.53 m
Raggio ruote	0.3045 m
Interasse	1.4199 m

Tabella 2 - Dimensioni del modello



Figura 3 - CAD della moto

Avendo a disposizione la geometria già meshata, è stato aperto Fluent direttamente in modalità "Solution" ed è stato letto il file mesh su cui effettuare le simulazioni. La griglia in esame è composta da 4460073 celle e da 5789966 nodi, come si può verificare nella scheda "info" del pannello "Mesh" di Fluent. Il primo passaggio effettuato è stato quello di verificare la qualità della mesh tramite il comando "Check" sempre nel pannello "Mesh". In questo modo è possibile verificare sulla TUI del software l'estensione del dominio e controllare i valori minimi e massimi dei volumi e delle superfici delle celle, in modo tale da verificare l'assenza di celle di volume negativo o area nulla generatesi durante la lettura della mesh. Dopodiché sono stati utilizzati i comandi "Evaluate Mesh Quality" per controllare la deformazione delle celle, ed "Improve Mesh Quality" per migliorare lo 0.5% delle celle più distorte con 10 iterazioni.

Una volta controllati tutti i parametri relativi alla qualità della griglia, fondamentali per una corretta simulazione e il raggiungimento della convergenza della soluzione, alcune delle superfici del modello sono state combinate tra loro in modo da rendere più semplice la definizione delle condizioni al contorno e la successiva parametrizzazione di forma con RBF Morph. Questo può essere effettuato tramite il comando "Merge" nel pannello "Zones" del menu "Domain" di Fluent. Le superfici che sono state unite sono tutte quelle facenti parte della ruota anteriore e della ruota posteriore, in quanto caratterizzate dallo stesso moto di rotazione con stessa velocità angolare.

A questo punto, terminate le operazioni sulla mesh, si è passati al menu "Physics" per l'impostazione dei modelli fisici corretti per il caso in esame. Nella scheda "Models" del menu in questione, in particolare nel pannello "Viscous Model", è stato selezionato il modello di turbolenza k- ω SST lasciando vuota la spunta "Energy" in modo tale da non prendere in considerazione gli scambi termici, non rilevanti ai fini del problema analizzato. Nel pannello "Materials" dello stesso menu è stata controllata la corretta impostazione dell'aria come fluido, impostazione predefinita in Fluent, ed è stata lasciata l'impostazione predefinita di alluminio per le parti solide, in quanto, in assenza di scambi di calore, non rilevante ai fini della soluzione cercata.

Il passo seguente è stato quello di imporre le condizioni al contorno. Alla superficie di ingresso del fluido è stata assegnata la tipologia "Velocity Inlet" in quanto la grandezza definita è la velocità di ingresso dell'aria. Questa è stata impostata come parametro in modo tale da poter essere sfruttata per la descrizione della velocità delle altre superfici in moto, e fissata al valore di 55.5 m/s. Per quanto riguarda la superficie di uscita del fluido invece, è stata assegnata la tipologia di "Pressure Outlet" in quanto la grandezza definita è la pressione relativa, ossia la pressione al netto di quella atmosferica, impostata ad un valore di 0 Pa. Per quanto riguarda le pareti laterali invece, trattandosi della simulazione di un caso di galleria del vento, le uniche superfici a muoversi sono la parete inferiore su cui poggiano le ruote e le ruote stesse. Per la prima è stata impostata una velocità assoluta pari a quella di ingresso dell'aria nella direzione delle x positive, mentre alle due ruote è stato assegnato un moto di rotazione assoluta di velocità angolare 182,4486 rad/s, selezionando gli assi di rotazione nel centro dei rispettivi cerchioni. Per ogni parete laterale è stata inoltre selezionata la condizione di "No Slip", ossia il rispetto del principio di aderenza.

Per completare il setup del caso su Fluent è stato definito nel menu "Solution", sotto il pannello "Report Definitions", un nuovo report del parametro di interesse per il problema di ottimizzazione, ossia il coefficiente di drag. Questo è stato definito positivo nel verso delle x crescenti ed è stato calcolato per tutte le superfici della moto e del pilota. A questo punto il caso è stato inizializzato con metodo di inizializzazione ibrido, impostando un numero di iterazioni pari a 600 nel pannello "Run Calculation".

Una volta terminata la simulazione il valore del coefficiente di drag restituito è stato di 0.49. Per la fase di post processing dell'analisi sono stati costruiti dei "Contour" di turbolenza e di pressione, in modo tale da rendere più semplice la fase individuazione e scelta delle possibili aree su cui apportare le modifiche. Dall'analisi dei contour appare evidente che le zone critiche da un punto di vista di intensità di turbolenza, sono:

- Muso della moto
- Parte frontale della carenatura
- Parte inferiore della carenatura
- Tra cupolino e casco del pilota
- Zona del serbatoio
- Zona del codone



Figura 4 - Contour di intensità di turbolenza

Dato che le zone di alta intensità di turbolenza sono quelle che contribuiscono maggiormente all'aumento del drag, le superfici su cui sono state apportate le modifiche e che quindi sono state scelte per la parametrizzazione di forma, rientrano tutte nelle zone citate.

5.2Parametrizzazione di forma e set-up di RBF Morph

Avendo scelto di non apportare modifiche alla posizione del pilota e del casco in quanto non rilevanti ai fine del miglioramento del veicolo in quanto tale, le modifiche che si è scelto di apportare alla geometria del modello sono sei:

- Allungamento del muso della moto
- Allungamento del cupolino anteriore
- Strizione della carenatura frontale
- Inclinazione della parte inferiore della carenatura
- Restringimento del codone
- Abbassamento del serbatoio

Nel seguito verranno spiegati i settaggi del software RBF Morph per ognuna delle modifiche in questione.

5.2.1 Modifica 1: allungamento del muso

La prima modifica che è stata apportata è stato l'allungamento del muso della moto in modo tale da renderlo più appuntito e affusolato per migliorarne l'efficienza aerodinamica. Per ottenere la modifica di forma, una volta caricato RBF Morph dal menu "User-Defined" di Fluent e averlo abilitato, si è proceduto con la selezione del dominio interessato dall'azione di morphing tramite il pannello "Encaps". In particolare, è stato selezionato un dominio a forma di "box" che racchiudesse per intero le superfici da spostare. Le superfici esterne al dominio di encap infatti sono automaticamente bloccate. Tramite il pannello "Surfs" sono stati definiti due set di superfici, uno per le superfici in movimento l'altro per le superfici interne al dominio di encap che si voleva rimanessero fisse. Le superfici per cui è stato definito uno spostamento sono state racchiuse all'interno di un altro dominio di encap di tipo "Sampling" per limitare lo spostamento solo ad una porzione della parete. Le superfici in questione sono riportate in figura:



Figura 5 - Domini di Encaps per il muso



Figura 6 - Surfs per il muso

Per la superfice in esame è stato previsto uno spostamento di 1 mm lungo la direzione negativa dell'asse x. A questo punto nel pannello "Solve" sono stati raccolti i punti sorgente tramite il comando "Source Points" ed è stata calcolata la soluzione tramite il comando "Solve". Per avere un'idea precisa della modifica di forma, la soluzione è stata visualizzata nel pannello "Preview" per diversi valori di amplificazione e ne è stata provata la validità nel pannello "Morph", eseguendo e successivamente annullando il morphing. Infatti, per valori di amplificazione troppo elevati la mesh potrebbe deformarsi al punto da generare celle negative, cosa che deve essere assolutamente evitata.

5.2.2 Modifica 2: allungamento del cupolino

La seconda modifica effettuata riguarda l'allungamento del cupolino anteriore in modo tale da ridurre lo spazio tra questo ed il casco del pilota. Per prima cosa è stato definito il dominio di punti interessati dal morphing selezionando un dominio di tipo "Box" nel pannello "Encaps". Tramite il pannello "Surfs" sono stati definiti due set di superfici, uno per le superfici in movimento l'altro per le superfici interne al dominio di encap che si voleva rimanessero fisse. Le superfici per cui è stato definito uno spostamento sono state racchiuse all'interno di un altro dominio di encap di tipo "Sampling" sempre di forma "box" per limitare lo spostamento solo ad una porzione della parete.



Figura 7 - Domini di Encaps per il cupolino



Figura 8 - Surfs per il cupolino

Per la superfice in esame è stato selezionato uno spostamento rigido di 1 mm lungo la direzione formante un angolo di 20° con l'asse x, in modo tale da non rendere il cupolino troppo inclinato ottenendo un effetto peggiore in termine di generazione di vortici. A questo punto nel pannello "Solve" sono stati raccolti i punti sorgente tramite il comando "Source Points" ed è stata calcolata la soluzione tramite il comando "Solve". Per avere un'idea precisa della modifica di forma, la soluzione è stata visualizzata nel pannello "Preview" per diversi valori di amplificazione ed è stata verificata l'assenza di celle negtive tramite il pannello "Morph", eseguendo e successivamente annullando il morphing.

5.2.3 Modifica 3: restrizione della carenatura frontale

La terza modifica effettuata riguarda la strizione della parte frontale della carenatura anteriore in modo tale da ridurre, per quanto possibile, la sezione frontale del veicolo. Per prima cosa è stato definito il dominio di punti interessati dal morphing selezionando un dominio di forma "Box" nel pannello "Encaps". Tramite il pannello "Surfs" sono stati definiti due set di superfici, uno per le superfici in movimento l'altro per le superfici interne al dominio di encap che si voleva rimanessero fisse.



Figura 9- Domini di Encaps per la carena frontale



Figura 10 - Surfs per la carena frontale

Per la superfice in esame è stato impostato uno spostamento di tipo "Scale" di un fattore pari a 0.9 lungo la direzione dell'asse y. Questo equivale a prescrivere una strizione del 10% in tale direzione. A questo punto nel pannello "Solve" sono stati raccolti i punti sorgente tramite il comando "Source Points" ed è stata calcolata la soluzione tramite il comando "Solve". Per avere un'idea precisa della modifica di forma, la soluzione è stata visualizzata nel pannello "Preview" per diversi valori di amplificazione ed è stata verificata l'assenza di celle negative tramite il pannello "Morph", eseguendo e successivamente annullando il morphing.

5.2.4 Modifica 4: inclinazione della parte inferiore della carenatura

La quarta modifica effettuata riguarda l'aumento dell'inclinazione della parte inferiore della carenatura, in modo tale da agire in una zona in cui i livelli di turbolenza sono molto elevati. Per prima cosa è stato definito il dominio di punti interessati dal morphing selezionando un dominio di forma "Box" nel pannello "Encaps". Tramite il pannello "Surfs" sono stati definiti due set di superfici, uno per le superfici in movimento l'altro per le superfici interne al dominio di encap che si voleva rimanessero fisse. Le superfici per cui è stato definito uno spostamento sono state racchiuse all'interno di un altro dominio di encap di tipo "Sampling" sempre di forma "box" per limitare lo spostamento solo ad una porzione del dominio.



Figura 11 - Domini di Encaps per la carena inferiore



Figura 12 - Surfs per la carena inferiore

Per la superfice in esame è stato impostato uno spostamento di tipo rotazione rigida di 1° rispetto all'asse parallelo all'asse y, passante nella punta della parte inferiore della carenatura. A questo punto nel pannello "Solve" sono stati raccolti i punti sorgente tramite il comando "Source Points" ed è stata calcolata la soluzione tramite il comando "Solve". Per avere un'idea precisa della modifica di forma, la soluzione è stata visualizzata nel pannello "Preview" per diversi valori di amplificazione ed è stata verificata l'assenza di celle negative tramite il pannello "Morph", eseguendo e successivamente annullando il morphing.

5.2.5 Modifica 5: restringimento del codone

La quinta modifica effettuata riguarda la strizione codone, in modo tale da renderlo più sottile, essendo questo il punto in cui il flusso si stacca dalle pareti della moto. Per prima cosa è stato definito il dominio di punti interessati dal morphing selezionando un dominio di forma "Box" nel pannello "Encaps". Tramite il pannello "Surfs" sono stati definiti tre set di superfici, uno per le superfici in movimento, gli altri due per le superfici interne al dominio di encap che si voleva rimanessero fisse.



Figura 13 - Domini di Encaps per il codone



Figura 14 - Surfs per il codone

Per la superfice in esame è stato impostato uno spostamento di tipo "Scale" di un fattore pari a 0.9 lungo la direzione dell'asse y. Questo equivale a prescrivere una strizione del 10% in tale direzione. A questo punto nel pannello "Solve" sono stati raccolti i punti sorgente tramite il comando "Source Points" ed è stata calcolata la soluzione tramite il comando "Solve". Per avere un'idea precisa della modifica di forma, la soluzione è stata visualizzata nel pannello "Preview" per diversi valori di amplificazione ed è stata verificata l'assenza di celle negative tramite il pannello "Morph", eseguendo e successivamente annullando il morphing.

5.2.6 Modifica 6: abbassamento del serbatoio

L'ultima modifica apportata riguarda la zona del serbatoio che è stata abbassata nel tentativo di smaltire più facilmente i flussi in quella regione della moto. Per prima cosa è stato definito il dominio di punti interessati dal morphing selezionando un dominio di tipo "Box" nel pannello "Encaps". Questa volta il movimento non è stato prescritto sulle superfici, ma è stato definito un encap di tipo "Moving" sempre nel pannello "Encaps". Tale dominio è stato scelto di forma sferica e racchiude anche il corpo del pilota prevedendo un aggiustamento della posizione di guida a seguito di una miglioria della forma del serbatoio. Tramite il pannello "Surfs" invece è stato impostato un set di superfici, quelle del manubrio e del casco, che invece sono state bloccate:



Figura 15 - Domini di Encaps per il serbatoio



Figura 16 - Punti interessati dal morphing per il serbatoio

Per la modifica in esame è stato imposto uno spostamento rigido di 1 mm lungo la direzione negativa dell'asse z, in modo tale da non rendere il cupolino troppo inclinato ottenendo un effetto peggiore in termine di generazione di vortici. A questo punto nel pannello "Solve" sono stati raccolti i punti sorgente tramite il comando "Source Points" ed è stata calcolata la soluzione tramite il comando "Solve". Per avere un'idea precisa della modifica di forma, la soluzione è stata visualizzata nel pannello "Preview" per diversi valori di amplificazione ed è stata verificata l'assenza di celle

negative tramite il pannello "Morph", eseguendo e successivamente annullando il morphing.

5.3 Creazione del DoE e set-up di RBP e Workbench

Lo step successivo alla creazione delle soluzioni RBF per la modifica della geometria del modello è stato quello di generare un design of experiments, necessario ai fini della raccolta di dati per la creazione delle superfici di risposta e della creazione degli snapshot per la costruzione del ROM.

Il DoE è stato costruito per mezzo del software Ansys Workbench, uno spazio di lavoro che consente di eseguire simulazioni ed analisi avanzate, permettendo di collegare più ambienti di simulazione Ansys in un unico workflow. In Workbench, i vari ambienti di simulazione sono detti sistemi e sono rappresentati come dei blocchi di una o più celle che rappresentano gli step necessari al completamento dell'analisi. I vari blocchi, inoltre, sono collegati tra loro in modo tale da visualizzare rapidamente il percorso dei dati tra i vari ambienti di simulazione.

Prima della creazione del DoE, è stato però necessario creare, nel caso Fluent precedentemente salvato, sei nuovi parametri. Per fare questo, è stato aperto in Workbench il blocco di sistema di Fluent e tramite la cella "setup" è stato importato il caso in questione. Nel pannello "Named Expressions" del menu "User-Defined" di Fluent sono stati definiti i sei parametri, ai quali è stato assegnato un valore iniziale nullo. Questi parametri sono i parametri di forma rispetto ai quali si vuole condurre il problema di ottimizzazione ed il valore che assumono rappresenta il valore dell'amplificazione delle soluzioni RBF precedentemente generate. Il valore nullo assegnato quindi corrisponde alla configurazione iniziale o di baseline del modello.

Una volta salvato il caso Fluent con i nuovi parametri, è stato aggiunto un blocco "Response Surface Optimization" nel progetto Workbench, legato al blocco di Fluent. In questo modo i dati di output delle simulazioni effettuate su Fluent, ossia i risultati della simulazione dei punti di progetto, possono essere usati per la creazione delle superfici di risposta. Aprendo la cella "Design of Experiments" dell'ultimo blocco aggiunto è possibile definire l'intervallo entro cui variano i parametri di forma precedentemente definiti. In base ai test effettuati su RBF Morph, gli intervalli scelti sono riportati in tabella:

	muso	cupolino	Carena	Carena	codone	serbatoio
			frontale	inferiore		
min	6	6	-0,9	-1	-1	6
max	15	15	1,1	3	4	15

Tabella 3 - Intervalli di variazione dei parametri di forma

Selezionando nuovamente la cella "Design of Experiments" è stato poi scelto "Latyn Hypercube Sampling Design" come tipologia di DoE per la creazione di 50 punti di progetto.

I singoli punti di progetto sono stati successivamente inseriti come scenari nel pannello ROM Builder Preprocessing (RBP) in Fluent, un'estensione che si occupa della generazione dei dati per la creazione dei ROM. Nell'utilizzo di RBP la prima operazione da svolgere è stata la suddivisione dei parametri di input in parametri geometrici o fisici. Nel caso in esame tutti i parametri generati sono parametri geometrici. Dopodiché è stata selezionata la grandezza di interesse da dover essere calcolata per ogni snapshot, ossia la pressione statica, calcolata su tutte le superfici di moto e pilota. Infine, per ognuno dei 50 scenari sono stati selezionati i valori dei parametri di input ed è stato impostato il numero di iterazioni per ogni scenario a 100 iterazioni, in quanto dimostratosi un numero sufficiente per una buona convergenza della soluzione. Tramite il comando "Run All Scenarios" sono state avviate le simulazioni degli scenari.

5.4Creazione delle superfici di risposta

I dati ottenuti sono stati prima di tutto utilizzati nel DoE di Workbench per la creazione delle superfici fi risposta. In particolare, una volta completata la tabella relativa al DoE con i valori di output del coefficiente di drag, la cella "Response Surface" del blocco "Response Surface Optimization" è stata aggiornata tramite il comando "Update" in modo da generare le superfici di risposta. Queste sono state innanzitutto analizzate qualitativamente in grafici 3D che rappresentano la variazione del coefficiente di drag in funzione di due parametri di input scelti, facendo variare la coppia di parametri a due a due. Infine, è stata avviata la ricerca del punto di ottimo aggiornando la cella "Optimization" del blocco che ha portato all'individuazione dei tre migliori casi riportati in tabella con i relativi valori dei parametri di input:

Tapella 4 - Possipili punti di ollime	Tabella 4	- Possibi	li punti	di ottimo
---------------------------------------	-----------	-----------	----------	-----------

Table of	f Schematic 84	Optimization , Candidate Points							
	A	В	E	F	G	н	I	J	К
1	Deference	Name -	D2 insuit off-cal anteriors	D2 ins d succes frontists	0.4. innut concern inferiore	DE insut exchange	Df. inn d abia andara 💌	D2 mont units	P8 - c
2	Neleieine	name	P2 - input_amusoi_anteriore Y3 - in	P3-Input_carena_nontale	PH-Input_carena_intendre	PS-Input_serbatolo	Po - Input_suiz_codorie	P7 - mput_vetro	Parameter Valu
3	۲	Candidate Point 1	9,1814	0,012661	-0,59504	12,353	-0,94447	0,058476	× 0,42798
4	0	Candidate Point 2	9,4889	0,014934	-0,39431	13,877	-0,92055	0,37786	× 0,42865
5	Ø	Candidate Point 3	9,9179	0,30868	0,041033	9,2442	1,2128	14,037	× 0,43203
		New Custom Candidate Point	7,45	0,0505	0	7,45	0,2525	7,45	

Tramite il pannello "Sensitivities" è stato inoltre possibile valutare l'influenza delle singole modifiche sul parametro di output, individuando la modifica al codone come la più influente. Nelle foto seguenti sono riportate diverse superfici di risposta, ottenute al variare della coppia di parametri di forma utilizzati come variabili indipendenti:



Figura 17 - Superfici di risposta

5.5Generazione del ROM

La creazione del ROM è stata effettuata tramite il pannello "Static ROM Builder" del software Ansys TwinBuilder. Per valutare l'effetto della variazione dei parametri di forma sulla pressione bisogna generare prima un ROM geometrico usando solo gli snapshots relativi alla posizione dei nodi del modello, poi un ROM fisico usando gli snapshots della pressione. Per creare il ROM geometrico sono stati utilizzati tutti i 50 snapshots e la riduzione è stata effettuata utilizzando 32 modi, il numero ottimo indicato dal software. Il Reduction RMS Error e il Leave One Out RMS error calcolati nella riduzione sono molto bassi.

Dopodiché è stato costruito il ROM di pressione collegato a quello geometrico. Per farlo sono state valutate diverse percentuali di snapshots di pressione da utilizzare per l'addestramento ed alla fine anche in questo caso si è optato per l'utilizzo di tutti quanti. La riduzione è stata fatta con un numero di modi pari a 5, il numero ottimo indicato, ma in questo caso entrambi gli errori, il Reduction RMS Error e il Leave One Out RMS error, sono aumentati rispetto al rom geometrico. Il modello ottenuto è il seguente:



Figura 18 - ROM statico

V Lx

Capitolo 6- Conclusioni

Per quanto riguarda l'ottimizzazione della forma della moto in termini di riduzione di drag, l'individuazione di un punto di progetto caratterizzato da un coefficiente di drag di 0,428, inferiore di circa il 12,7% rispetto al valore originale, rappresenta un ottimo risultato e significa che le modifiche di forma che si è scelto di apportare al modello di partenza sono risultate efficaci nel raggiungimento dello scopo prefissato. Questo era prevedibile considerando che le zone della moto sulle quali si è deciso di intervenire sono state scelte non solo analizzando le turbolenze riscontrate nella simulazione CFD del modello di baseline, ma anche attuando un confronto tra due veicoli della stessa casa costruttrice che hanno preso parte al campionato di MotoGP a distanza di due anni. Avendo individuato qualitativamente le aree in cui si sono concentrati gli sviluppi e le modifiche di forma attuate, in combinazione con l'analisi CFD è stato quindi possibile generare delle parametrizzazioni di forma efficaci per il raggiungimento dello scopo prefisso. È interessante evidenziare però che per una soluzione in particolare, ossia quella riguardante il codone, il parametro di ottimo risultato dall'analisi discorda con la modifica di forma che inizialmente era stata pensata. Infatti, se inizialmente la modifica pensata era quella della strizione del codone in modo da rendere la sezione meno ingombrante e la forma più "allungata", il valore negativo associato al parametro nel punto di progetto relativo al design ottimale implica che la soluzione efficace è quella di un allargamento della parte. Questo può essere dovuto sia al fatto che un codone più largo riesce a gestire meglio i flussi turbolenti provenienti dalla schiena del pilota, sia all'interazione tra le varie modifiche apportate. Non è sicuramente corretto infatti pensare che la soluzione complessivamente più efficace sia quella di combinare le modifiche singolarmente migliori, come evidenziato dai tre punti individuati come possibile ottimo, in cui i parametri di forma sono combinati in modi diversi:



Figura 19 - Valore dei parametri di forma per i punti di ottimo

Per quanto riguarda la generazione del modello di ordine ridotto, come discusso in precedenza, l'errore legato alla riduzione del modello nonché l'errore di interpolazione sono abbastanza elevati. L'errore ottenuto però non è sintomo di una scarsa validità del metodo di lavoro adoperato ma è giustificabile dato il basso numero di snapshots adoperati nella riduzione, soprattutto se confrontata con la complessità della descrizione di un sistema dinamico come quello di una moto. La scelta di soli 50 punti di progetto è stata però forzata dalla potenza di calcolo a disposizione così come le 100 iterazioni per scenario. Come detto prima, 100 iterazioni effettuate a partire dalla simulazione di baseline già a convergenza con 600 iterazioni sono sufficienti per una buona convergenza della soluzione ma possono sicuramente essere aumentate per ottenere una soluzione più dettagliata. L'obiettivo alla base della creazione del ROM però era soprattutto quello di mostrare un metodo di lavoro e di analisi dei dati rapido ed efficiente, caratteristiche sicuramente apprezzabile nel modello ottenuto. Nonostante l'errore elevato infatti questo consente comunque un'analisi qualitativa dell'effetto dei parametri di forma sull'aerodinamica della moto, che rispecchia i valori ottenuti tramite il processo di ottimizzazione effettuato con le superfici di risposta ma che può essere effettuata semplicemente agendo sugli slider.

Bibliografia

[1] RBF Morph. url: https://www.rbf-morph.com/

[2] Ansys Inc, Ansys Fluent getting started, 2020

[3] Marco E. Biancolini, Fast Radial Basis Functions for Engineering Applications, Springer International Publishing, 2017.

[4] Andrea Lopez, «Ottimizzazione di flussi esterni ed interni mediante metodi CFD adjoint e Mesh Morphing» Tor Vergata, Roma, 2020

[5] Roberto Verzicco, «Lezioni di Fluidodinamica,» Tor Vergata, Roma, 2019.

[6] Roberto Verzicco, «Lezioni sulla turbolenza,» Tor Vergata, Roma, 2019.

[7] Marco E. Biancolini, «Fast interactive CFD evaluation of hemodynamics assisted by RBF meshmorphing and reduced order models: the case of a TAA modelling» 2019

[8] Filippo Ricci, «Ottimizzazione aerodinamica di una MotoGP mediante CFD e Mesh Morphing.» Tor Vergata, Roma, 2023

[9] RBF Morph, «Modelling Guidelines and Best Practices Guide,» 2020.